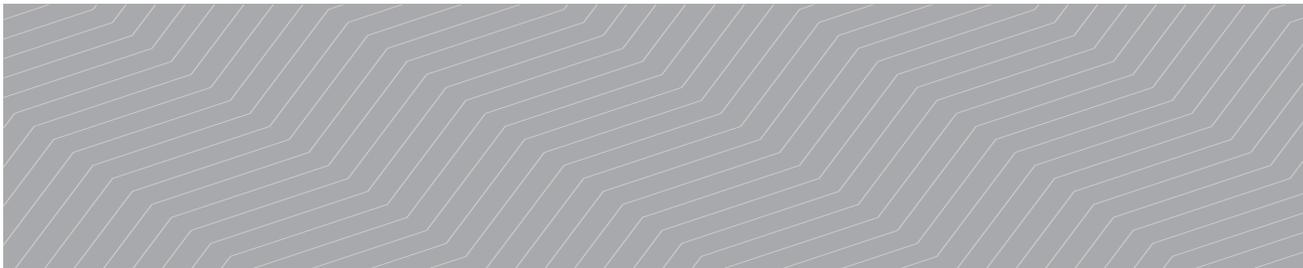




# CAPÍTULO 6.

## LA COMUNICACIÓN



Una vez asumido el modelo de análisis didáctico propuesto por el EOS para el análisis del proceso de instrucción, tal como se ha explicado anteriormente, se vio la necesidad, dadas las características de esta investigación, de complementarlo con análisis de aspectos comunicativos usando el modelo de Brendefur y Frykholm<sup>388</sup>, el cual destaca la comunicación unidireccional, contributiva, reflexiva e instructiva.

En la primera parte, se planteó el siguiente concepto de comunicación (desde diversos autores) para aplicarlo a este proyecto: la comunicación es una interacción social mediada por el lenguaje y donde el objetivo de cada sujeto es entender y hacerse entender. Luego, se mencionaron algunos modelos de comunicación de acuerdo con la evolución histórica del concepto: modelos sistémico, lineal y orquestal. Posteriormente, se expuso una de las muchas clasificaciones de la comunicación<sup>389</sup>. Después, se trató la relación entre semiótica y comunicación, estudiando la semiótica desde diversos autores. También dentro del aula se abordaron aspectos como el control de la clase, el contrato didáctico, las normas sociomatemáticas y el discurso matemático como comunicación. Finalmente, se estudiaron los modos de comunicación desde el punto de vista de Brendefur y Frykholm<sup>390</sup>.

En la segunda parte, se muestran los resultados del análisis de la comunicación realizado en las clases tanto del caso Fernando como del caso Juan; en las dos fases, antes y después de que los docentes participaran en el grupo de trabajo colaborativo.

La comunicación es un tema relativamente nuevo en educación matemática, que pocos pueden definir con claridad. La palabra comunicación entendida como la acción de comunicar, viene del latín *communis*,

.....  
388 Brendefur y Frykholm, "Promoting mathematical communication in the classroom".

389 Niño, *Los procesos de la comunicación y del lenguaje*.

390 Brendefur y Frykholm, "Promoting mathematical communication in the classroom".

común, hacer común<sup>391</sup>, y se puede definir de múltiples formas. Menezes<sup>392</sup> dice que “comunicar es una forma de interacción social entre individuos y significa compartir”; Ponte<sup>393</sup>, por su parte, afirma que “la comunicación se entiende como la interacción entre los sujetos que hay en una clase, empleando una lengua propia”; Jiménez<sup>394</sup> define la comunicación como “la acción de tornar algo común para obtener un significado, o sea, un proceso que posibilita la comprensión mutua y el establecimiento de relaciones entre individuos o grupos”; para Vygotsky<sup>395</sup>, “la comunicación constituye un proceso complejo y bidireccional, que se da en el marco de relaciones, se expresa a través del lenguaje y regula el comportamiento humano tanto en el plano individual como social”; también, según Marc y Picard, se puede definir como el “conjunto de elementos en interacción en donde toda modificación de uno de ellos afecta las relaciones entre los otros elementos”<sup>396</sup>.

Por otra parte, en un marco en donde la actividad del docente busca el desarrollo cognitivo del estudiante, “la comunicación es una negociación de significados a través de la cual se construye el conocimiento compartido en el aula”<sup>397</sup>. El criterio de comunicación asumido por PISA de una propuesta de Niss<sup>398</sup>, es que la comunicación se entiende como un proceso en que la persona debe entender y hacerse entender en forma oral o escrita. Para este proyecto se entiende la comunicación como una interacción social mediada por el lenguaje y donde el objetivo de cada sujeto es entender y hacerse entender.

.....  
391 Niño, *Los procesos de la comunicación y del lenguaje*.

392 Luis Menezes, “Matemática, Linguagem e comunicação”, en *Atas do Encontro Nacional de Professores de Matemática* (Portimão, Portugal: Escola Superior de Educação de Viseu, 1999).

393 João Pedro da Ponte, “Da formação ao desenvolvimento profissional”, en *Actas do ProfMat 98* (Lisboa: APM, 1988), 27-44.

394 Alfonso Jiménez, *A Pesquisa sobre Comunicação em sala de aula de Matemática. Informe de pesquisa de Pós-doutorado em Educação* (Campinas: UNICAMP, 2011).

395 Lev Vygotsky, *Pensamiento y lenguaje. Teoría del desarrollo cultural de las funciones psíquicas*, traducido por María Margarita Rotger (México: Ediciones Fausto, 1995).

396 Edmond Marc y Dominique Picard, *La interacción social. Cultura, instituciones y comunicación* (Barcelona: Paidós, 1992).

397 Porlán, *Constructivismo y escuela*.

398 Mogens Niss, “Competencies and Subject Description”. *Uddanneise*, n.º 9 (1999): 21-29.

## 6.1 Algunos modelos explicativos de la comunicación

De acuerdo como se fue desarrollando la comunicación a lo largo de la historia, se fueron planteando unos modelos que pretendieron explicar sus principales características. Por ello, enseguida se describen el modelo sistémico, el modelo lineal y el modelo orquestal.

**6.1.1 Modelo sistémico (modelo circular o retroactivo).** Fue propuesto por Norbert Winer, en donde utiliza el principio de *feed-back* aplicado a un proyecto de cibernética, y retomado por Bertalanffy<sup>399</sup> en la teoría general de sistemas, en la cual se reconocen los procesos autorreguladores, para ello cuenta con un mecanismo de *feed-back* o bucle de retroacción, el cual permite estabilizar el sistema<sup>400</sup> ya sea en su forma positiva o negativa.

En otras palabras, estos sistemas permiten la homeostasis, entendida como la tendencia del sistema a adaptarse a nuevas condiciones y mantener el equilibrio a pesar de estas. La comunicación vista desde este modelo implica que se asume como un conjunto de sistemas que se interrelacionan dinámicamente de forma intersubjetiva e intrasubjetiva<sup>401</sup>.

**6.1.2 El modelo lineal o telegráfico (modelo matemático).** La teoría matemática de la comunicación fue propuesta por Shanon y Weaver<sup>402</sup> y se basa en la transmisión de contenidos, es decir, es un modelo lineal de comunicación donde se destacan dos protagonistas: el emisor y el receptor; es un modelo unidireccional, es un proceso informativo en

.....  
399 Von Bertalanffy, "An Outline of General System Theory".

400 Dada la diversidad de acepciones acerca del concepto de sistema, para el estudio se asume sistema como "un complejo de elementos en interacción". Ludwig von Bertalanffy, "An Outline of General System Theory", citado por Yves Winkin, *La nueva comunicación* (Barcelona: Kairós, 1981), 15.

401 Fernando Poyatos, *La comunicación no verbal I. Cultura, lenguaje y conversación* (Madrid: Istmo, 1994).

402 Claude Shanon y Warren Weaver, *The Mathematical Theory of Communication* (Champaign, Illinois: University of Illinois Press, 1950).

un solo sentido que, como lo menciona Galeano<sup>403</sup>, el modelo se aplica para cualquier mensaje independiente de su significación; en otras palabras, permite identificar la cantidad de información de un mensaje dependiendo de la capacidad del medio, y se mide la velocidad de transmisión de un mensaje que puede ser disminuida por el ruido. Su esquema está compuesto por cinco elementos: una fuente, un transmisor, un canal, un receptor, un destino, y tiene en cuenta el ruido que causa una perturbación.

**6.1.3 Modelo orquestal de comunicación.** Fue propuesto por un grupo de investigadores de diferentes campos (antropología, sociología, psicología, entre otros) a partir de la observación del comportamiento del ser humano, en oposición al modelo de Shanon y de acuerdo con los criterios de Bateson y Ruesch<sup>404</sup>, basados en los principios de la teoría sistémica, asumiendo el proceso comunicativo con alto índice de complejidad y de múltiples contextos.

Su nombre se deriva de su mejor representación, que sería la imagen de una orquesta en funcionamiento, pues allí se ve una buena correspondencia entre los objetos y los conceptos, asumiendo la comunicación como un intercambio o puesta en común<sup>405</sup>.

La comunicación es un sistema abierto y, como tal, cumple tres principios básicos: el primero es el principio de totalidad, el cual se resume en la siguiente afirmación: el todo es algo más que la suma de las partes, es decir, que el todo posee características que no poseen las partes tomadas por separado. Luego viene el principio de la causalidad circular, en el que cada parte del sistema forma parte de acciones y retroacciones, implicándose unas a otras. El tercero es el principio de regulación, en el que se aclara que la comunicación no puede existir si no está basada en unas normas o reglas, las cuales permiten el equilibrio del sistema<sup>406</sup>.

.....  
403 Ernesto Galeano, *Modelos de comunicación* (Buenos Aires: Ediciones Macchi, 1997).

404 Gregory Bateson y Jurgen Ruesch, *Communication: The Social Matrix of Psychiatry* (New York: Norton, 1968).

405 Winkin, *La nueva comunicación*.

406 Edmond Marc y Dominique Picard, *La interacción social. Cultura, instituciones y comunicación* (Barcelona: Paidós, 1992).

## 6.2 Clases de comunicación

A lo largo del siglo XX, la clasificación de la comunicación en verbal y no verbal, aunque ambigua, es la más usual. La información verbal es considerada como fundamental en los procesos comunicativos, permite identificar elementos e intenciones que de otra forma no podrían ser detectados. Sin embargo, la comunicación no verbal o lenguaje corporal se irradia automática e instintivamente en el sistema nervioso simpático y parasimpático, o como lo expresa un dicho popular: “un gesto vale más que mil palabras”, se cree que allí se plasma la importancia que genera en la comunicación este tipo de información. Esta forma de comunicación se muestra, según Keidar<sup>407</sup>, por su postura, expresiones faciales, movimiento del cuerpo, uso del espacio, contacto físico, ambiente, paralinguaje, apariencia externa y vestido. Estos aspectos deben ser tomados en cuenta por un buen comunicador.

Hay una diversidad de formas de clasificar la comunicación, de acuerdo con distintos criterios y autores. A continuación, se presenta una clasificación tomada de Niño<sup>408</sup>, que ayuda a comprender algunas tipologías de la comunicación.

**Tabla 20.** Clases de comunicación según criterios varios

Criterio	Tipo	Caracterización
Participación del emisor y destinatario	Recíproca	Cambio continuo de roles entre emisor y destinatario
	Unilateral	Se desarrolla en una dirección, no hay cambio de rol
Emisor y destinatario	Interpersonal	Interrelación de persona a persona, casi siempre mediante el lenguaje oral
	Colectiva	Cuando el destinatario es una colectividad, el emisor puede ser una persona o institución

.....  
 407 Daniella Keidar, *La comunicación en el aula. Uso de la inteligencia emocional y la comunicación no verbal en la enseñanza de ética en las escuelas de medicina* (UNESCO, 2005).

408 Niño, *Los procesos de la comunicación y del lenguaje*.

**Tabla 20.** Clases de comunicación según criterios varios (continuación).

Código	Lingüística	El medio es el lenguaje natural apoyado por los códigos paralingüísticos
	Extralingüística	Empleo de códigos distintos al lenguaje
Mensaje	Privada	Es cerrada, no trasciende el ámbito personal
	Pública	Es abierta, se dirige a un público
Estilo	Informal	Espontánea y libre, sin sujeción a patrones
	Formal	Se sujeta a patrones o exigencias, fuera de las del código
Radio de acción	Interna	No trasciende a la comunidad o institución
	Externa	Es abierta, llega a la comunidad o institución
Naturaleza del canal	Oral	Vocal-auditiva
	Audiovisual	Impresiona el oído y la vista
	Visual	Solo impresiona la vista
Extensión del canal	Directa	Implica presencialidad, se da por canales simples
	Indirecta	Hay que utilizar canales complejos, implican cadenas de medios
Dirección	Horizontal	Entre miembros de un mismo rango
	Vertical	Personas de distinto rango, mayor a menor o lo contrario

**Fuente:** Niño, *Los procesos de la comunicación y del lenguaje*.

## 6.3 Semiótica y comunicación

**6.3.1 Semiótica.** Sobre la semiótica no existe una unificación de criterios acerca de si es ciencia o no, ni de la utilidad que brinda a otras disciplinas ni tampoco sobre si debe llamarse semiótica o semiología, ya que la denominación semiótica inicialmente se utilizó en Estados Unidos y el de semiología especialmente en Francia, pero hoy día parece primar el de semiótica.

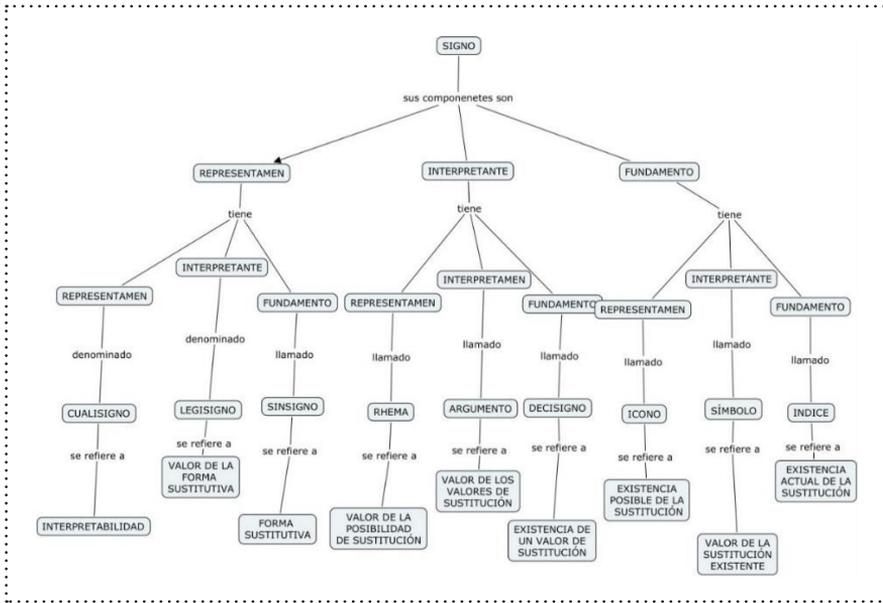
La semiótica viene enfocada hacia la medicina desde la escuela griega de Hipócrates, donde se interpretaban los signos como indicios, señas; sin embargo, fue Peirce en Estados Unidos hacia 1860 quien realmente le dio una codificación. Su pretensión fue construir una ciencia formal de los signos que afectara todo el ámbito humano, ya que su concepción era que todo es signo, pero independiente de la lingüística. En Francia surge la semiología con Saussure, quien la plantea en su *Curso de lingüística general*, optando por una posición contraria a la de Peirce. Hay que aclarar que la semiótica es más general que la lingüística, pues mientras la primera hace alusión a cualquier acción comunicativa, la segunda se centra en los principios que rigen las lenguas naturales.

**6.3.2 Los signos.** Tampoco hay unicidad de criterios respecto al concepto de signo; por ello, aquí se presentan los puntos de vista de Peirce y de Saussure, que son los autores que trabajaron el concepto inicialmente, al igual que Piaget y Vygotsky, que son ampliamente reconocidos en el ámbito pedagógico.

Peirce planteó una definición muy utilizada de signo, como “que es algo que está, para alguien, en el lugar de otra cosa en algún aspecto o disposición”<sup>409</sup>. Para Peirce, el ser humano percibe los signos de las cosas no las cosas, pues piensa y habla a través de signos; la forma de interpretar los signos es a través de otros signos manteniendo de esta manera una iteración recursiva infinita. Para él, los hombres se comunican por medio de signos, lo que considera muy práctico, “la comunicación humana no se basa en una presencia inmediata de las cosas, sino una referencia mediata o remota a una realidad por medio de signos”<sup>410</sup>, es decir, las referencias de las que habla tratan sobre otros signos de esa realidad, pero no de ella misma. Determina tres componentes para los signos: el *representamen*, que corresponde al símbolo como tal; el *interpretante*, que es la entidad o correlación mental que se da respecto al signo utilizado; y el *fundamento*, que es la realidad a la que apunta el signo. Estas componentes se vuelven recursivas, ya que cada una a su vez es un signo y por tanto tiene las tres componentes y así se desarrolla un proceso infinito (Figura 11).

.....  
409 Charles Peirce, *La ciencia de la semiótica* (Buenos Aires: Ediciones Nueva Visión, 1974).

410 *Ibid.*



**Figura 11.** Mapa conceptual sobre los signos según Peirce, *La ciencia de la semiótica*. **Fuente:** elaboración del autor.

Por la complejidad para el análisis de estos signos, se hace usualmente referencia únicamente a íconos, símbolos e índices. Para Peirce, el símbolo es un signo cuya relación con su fundamento o con la realidad es totalmente arbitraria; aspecto contrario para el ícono, pues su relación con el ente que se representa es casi natural, es decir, tiene una semejanza con lo que representa. Finalmente, el índice (indicio, señal) depende su existencia de aquello que lo origina<sup>411</sup>.

La semiótica de Peirce es una teoría de los signos independiente de la lingüística como ciencia y del lenguaje como fenómeno comunicacional relevante, todos los sistemas de signos son importantes y el lenguaje hablado es tomado como un caso particular. En general, la teoría semiótica de Peirce plantea algunas dificultades, pues ofrece sistemas fragmentados que en algunas ocasiones se contradicen. Retoma los temas con terminología diferente y relacionándolos de maneras distintas.

411 Charles Peirce, *La ciencia de la semiótica* (Buenos Aires: Ediciones Nueva Visión, 1974).

Saussure, que era de origen suizo, diferenciaba esencialmente entre lengua y palabra. Mientras que a la palabra la consideraba de orden subjetivo, a la lengua la concebía como “un sistema de signos que expresan ideas, comparable a la escritura, al alfabeto de los sordomudos, a los ritos simbólicos, a las formas de cortesía, a las señales militares, etc.”<sup>412</sup>.

Para Saussure, la lengua era el principal sistema de signos y, por ello, planteó la formación de una nueva ciencia, más general que la lingüística, que sería la teoría de los signos. El autor suizo concibió una ciencia que estudia la vida de los signos en el seno de la vida social, que sería parte de la psicología social y, por consiguiente, de la psicología general, a la que llamó semiología (del griego *semeion*, “signo”). Esta ciencia enseña en qué consisten los signos y cuáles son las leyes que los rigen<sup>413</sup>.

Los signos para Saussure son la unión de dos elementos: el concepto (significado) y la imagen acústica asociada (significante); él manifiesta que cuando alguien habla en una lengua desconocida, parece que se estuviera oyendo una serie de sonidos sin significado, que no es posible comprender ni analizar; pero si, por el contrario, se sabe lo que se habla y se pueden atribuir significados, se tendrán signos con significado. Lo anterior implica que el signo posee significado cuando está en un contexto y en relación con otros signos, o sea, es un elemento de un sistema. Las ideas de Saussure fueron continuadas por Hjelmslev<sup>414</sup> y luego por Eco<sup>415</sup>, entre otros.

La semiótica de Vygotsky surge desde el enfoque de la teoría marxista y en el tratamiento del pensamiento y su desarrollo. Para Vygotsky<sup>416</sup>, el signo sirve de mediación entre el individuo y su entorno, es decir, permite pasar de lo interpsicológico —lo cual se desarrolla entre

.....  
412 Ferdinand Saussure, *Cours de linguistique générale* (Paris: Payot, 1995).

413 *Ibid.*

414 Louis Hjelmslev, *Prolegomena to a Theory of Language* (Wisconsin: The University of Wisconsin Press, 1969).

415 Umberto Eco, *A theory of Semiotics* (Indiana: Indiana University Press, 1976).

416 Lev Vygotsky, *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores* (Barcelona: Grijalbo, 1988).

personas— a lo intrapsicológico —que permite su internalización—. Afirmó que el gesto va dirigido inicialmente hacia alguien y luego hacia sí mismo.

Vygotsky, al igual que Peirce, adoptó una ontología realista, rompió el esquema tradicional del idealismo y el racionalismo. Para él, el signo es asumido como un medio de transformación de las funciones psíquicas del individuo.

Respecto de los signos, Vygotsky<sup>417</sup> afirmó: “En los primeros trabajos ignorábamos que el significado es propio del signo (...) Partíamos del principio de la constancia del significado (...)”.

Piaget, por su parte, se cuestionó sobre el pensamiento como producto del lenguaje y como consecuencia definió el concepto de función semiótica. Utilizando una terminología matemática, consideró que el lenguaje era una condición necesaria pero no suficiente para el pensamiento<sup>418</sup>. Piaget evidenció la existencia de una inteligencia práctica antes de la aparición del lenguaje. Él definió la función semiótica “como la habilidad de representar algo a través de un signo o un símbolo o cualquier objeto”<sup>419</sup>, la cual inicia cuando se logra establecer una diferencia entre significado y significante, dando la posibilidad de que un solo significante pueda tener varios significados. Piaget siguió la orientación de Saussure, afirmando que “la inteligencia sensoriomotriz se prolonga, a través del signo, en representación conceptual”<sup>420</sup>.

**6.3.3 Los códigos.** Son grupos de signos organizados para la recepción y emisión de mensajes regidos por reglas, que se configuran en sistemas de comunicación; los cuales pueden ser simples cuando manejan una misma clase de signos y complejos cuando se manejan diferentes tipos de signos. Se presenta la clasificación propuesta por Guiraud<sup>421</sup>, en la Tabla 21.

417 Lev Vygotsky, *Obras escogidas* (Madrid: Visor, 1991).

418 Jean Piaget, *Problemas de psicología genética* (Barcelona: Ariel, 1978).

419 Jean Piaget, *Genetic Epistemology* (New York: W. W. Norton, 1970).

420 Jean Piaget, *La formation du symbole chez l'enfant* (Neuchatel: Delachaux et Niestlé, 1968).

421 Pierre Guiraud, *La semiología*, traducido por M. F. Poyrazian (Buenos Aires: Siglo XXI, 1972), 133.

**Tabla 21.** Clasificación de los códigos propuesta por Guiraud

Tipos	Clasificación	Descripción
Lingüísticos	Lenguaje natural o verbal	Código lingüístico formado por signos y reglas propias de la gramática que se asuma.
		Se desarrolla en una dirección, no hay cambio de rol
Paralingüísticos: están en relación con el lenguaje verbal	Relevos del lenguaje	Señales que puedan representar los sonidos de la lengua: escritura alfabética corriente, braille, morse, lenguaje de mudos.
	Los sustitutos del lenguaje	Signos con los que se pretende sustituir el lenguaje, los cuales tienen sus propias reglas: escritura ideográfica china, jeroglíficos, pinturas y las señales que se usen
	Auxiliares del lenguaje	Pretenden complementar la significación de los signos del lenguaje como la voz, entonación y expresión corporal, entre los últimos están: Kinésico: utilización de la mímica, como gestos, movimientos con las manos, una mirada, etc. Proxémico: silencio entre los interlocutores, movimiento del cuerpo, en general son aportes culturales.
	Lógicos	Instrumentos significativos de las experiencias humanas cognitivas, que permiten la interrelación del hombre con el mundo. Dentro de ellos se encuentran los códigos científicos o epistemológicos, los cuales apoyan la función del lenguaje natural en pro del conocimiento (origen y formación). Ej.: $\int f(x)dx$
Extralingüísticos: autonomía funcional con respecto al lenguaje	Sociales	Se utilizan para significar toda clase de interacción social y para el autor se clasifican en: signos de identidad; signos de cortesía; costumbres, hábitos y utensilios; ritos y reuniones; modas; juegos y diversiones; patrimonio político y cultural. Algunos en sí no son códigos, pero asumen este estatus en la medida en que la cultura les atribuya significación
	Estéticos	Se enfocan a significar la parte estética de la realidad, los cuales se orientan por la expresividad y la creatividad. Entre sus géneros se encuentran la literatura, pintura y música.

**Fuente:** Guiraud, *La semiología*.

## 6.4 La comunicación en el aula de matemáticas

Distintos autores —como Sfard<sup>422</sup>, Jiménez<sup>423</sup>, entre otros— han estudiado el aula como centro de los procesos de enseñanza y aprendizaje, en donde resaltan la comunicación como un elemento importante para el logro exitoso de estos procesos.

Estos autores consideran la matemática como un discurso que puede contribuir al aprendizaje de los estudiantes y al estudio de las regularidades que emergen de ese discurso del profesor y los alumnos en el aula —los patrones de comunicación—, lo que facilita la comprensión de las interacciones que allí ocurren.

## 6.5 Comunicación y tendencias didácticas

La comunicación en la clase de matemáticas puede ser abordada de diferentes maneras, dependiendo de la tendencia didáctica asumida para su interpretación, pues cada una se basa en supuestos epistemológicos diferentes. A continuación, se presenta la comunicación desde una aproximación constructivista, constructivismo sociocultural e interaccionismo simbólico.

***La comunicación desde la tendencia constructivista.*** Según Sierpinska<sup>424</sup>, para Piaget, el aprendizaje necesariamente debe ser activo para que sea efectivo y dependiente de la maduración biológica. En la teoría piagetiana el concepto de esquema desempeña un rol importante, entendido como las estructuras mentales con las que las personas se

.....  
422 Anna Sfard, “Mathematics as form of communicating” ( Proceedings of the 26 PME International Conference, Research Forum 2, 2002).

423 Alfonso Jiménez. *Pesquisa sobre Comunicação em sala de aula de Matemática. Informe de pesquisa de Pós- doutorado em Educação* (Campinas: UNICAMP, 2011).

424 Anna Sierpinska, “Three epistemologies, three views of classroom communication: Constructivism, sociocultural approaches, interactionism”, en *Language and communication in the mathematics classroom*, editado por H. Steinbring, M. G. B. Bussi y A. Sierpinska (Reston, VA: NCTM, 1998), 30-62.

adaptan intelectualmente y organizan el ambiente, mediadas por los procesos de acomodación y equilibración.

Los constructivistas consideran el lenguaje como una expresión del pensamiento y que el aprendizaje de la matemática no se desarrolla a través del lenguaje; así mismo, opinan que la maduración es un prerrequisito para la comunicación. Para Piaget, el habla del que aprende es egocéntrica y por ello no es viable el diálogo. Para los constructivistas el discurso docente es de enseñanza directa, pero los alumnos no pueden aprender a partir de este, ya que no están actuando sobre los objetos de conocimiento. Por lo anterior, desde la tendencia constructivista no es posible compartir el conocimiento matemático a través de la comunicación oral<sup>425</sup>, ya sea entre docente-alumno o alumno- alumno. Se concluye que hay mucha limitación para la comunicación desde esta tendencia.

***La comunicación en la tendencia sociocultural.*** El principal referente de la tendencia sociocultural es el psicólogo Lev Vygotsky, que, basado en las propuestas de Marx, resalta la importancia de las prácticas sociales en el aprendizaje. Esta tendencia permite un planteamiento diferente sobre la comunicación en el aula de matemáticas, ya que, en contraste con Piaget, el desarrollo de la persona se asimila como un proceso de enculturación, entendida como el proceso a través del cual los individuos a lo largo de su vida aprenden los elementos de su cultura de manera consciente o inconsciente, bajo estructuras formales e informales. Se enfatiza la construcción del conocimiento como una interacción mediada por diversas relaciones, pero resaltando que el conocimiento resulta de una acción del sujeto sobre el objeto de conocimiento.

Para Vygotsky, la interacción entre pares o con una persona más experimentada (caso del tutor o del docente) es un factor importante para obtener aprendizajes significativos. Este autor define la zona de desarrollo próximo (ZDP) como la distancia entre el desarrollo real del individuo y su desarrollo potencial, la cual toma importancia, toda vez que las interacciones entre pares o con un individuo más experimentado son el ambiente propicio para la comunicación. El desarrollo en Vygotsky no comprende solo el desarrollo de las estructuras cognitivas abstractas, sino

.....  
425 *Ibid.*

también de conceptos, entendidos como el significado de las palabras a través de las cuales el pensamiento adquiere existencia. Por lo anterior, este autor atribuye mucha importancia a la comunicación oral, resalta la importancia de los conocimientos previos o conceptos espontáneos, entendidos como los conceptos desarrollados en la cultura a la que el individuo pertenece, los cuales pueden relacionarse con los conocimientos científicos transmitidos por la escuela<sup>426</sup>.

Otro contraste de Vygotsky con Piaget es que aquel considera el lenguaje escrito como un factor importante para el desarrollo del pensamiento, donde el desarrollo del individuo precede a la comunicación en el lenguaje escrito. Para este autor, aunque el lenguaje escrito se basa en un sistema de signos escogidos arbitrariamente, es planeado consciente y voluntariamente. Mientras que para Piaget no es adecuado enseñar a los niños el simbolismo matemático, privilegiando sus propias representaciones, Vygotsky considera que una herramienta importante en el aprendizaje es el uso de símbolos ligados a las prácticas culturales<sup>427</sup>.

En la tendencia sociocultural, el lenguaje no es un obstáculo para la comunicación, es un instrumento de esta, pues es un sistema simbólico. Pese a que se valoriza el trabajo en la zona de desarrollo próximo, Vygotsky considera que los significados de los conceptos científicos no pueden ser negociados<sup>428</sup>; en el aula se busca el diálogo entre los saberes previos o espontáneos y los científicos, pero el único considerado negociable es el espontáneo.

A pesar de que la tendencia sociocultural brinda más posibilidades para la comunicación que el constructivismo clásico, se presenta dificultad para articular los conceptos científicos y espontáneos. Para que lo anterior sea posible, se requiere considerar otros elementos que no hacen parte de estos modelos teóricos.

.....  
426 Lev Vygotsky, *Pensamiento y lenguaje. Teoría del desarrollo cultural de las funciones psíquicas*, traducción de María Margarita Rotger (México: Ediciones Fausto, 1995).

427 *Ibid.*

428 María Bussi, "Verbal interaction in the mathematics classroom: A Vygotskian análisis", en *Language and communication in the mathematics classroom*, editado por H. Steinbring, M. Bussi y A. Sierpínska (Reston, VA: NCTM, 1998), 65-84.

**La comunicación en la tendencia interaccionista.** En esta tendencia la comunicación se da de una forma más interactiva que en el caso constructivista radical, donde las teorías se refieren al sujeto que aprende. En Piaget, el sujeto actúa sobre los objetos de conocimiento para construirlos. En Vygotsky, el sujeto que aprende es ubicado social e históricamente en una cultura, donde también construye su conocimiento, y ese contexto sociocultural es importante para su aprendizaje. Ahora bien, si se quiere pensar en focalizar la comunicación de modo más efectivo, hay que enfocarse en una teoría que les dé más protagonismo a las interacciones sociales en el aprendizaje.

Las interacciones fueron estudiadas en profundidad por Jerome Bruner, quien desafió el behaviorismo, paradigma de aprendizaje a comienzos del siglo XX y que aún tiene fuerte influencia en nuestras aulas. En la teoría de Bruner, el aprendizaje es un proceso activo, en el que la persona, basada en la estructura cognitiva, es decir, en los conocimientos actuales y anteriores, construye nuevos conceptos. Esta estructura cognitiva permite al sujeto ir más allá de la información dada. Para este autor, el aprendizaje es un proceso que ocurre internamente y es mediado cognitivamente, no es un producto directo del ambiente, de las personas o de factores externos al que aprende<sup>429</sup>.

La teoría de Bruner, en contraposición con las de Piaget, fue desarrollada con objetivos educacionales, pues investigó y desarrolló una teoría de la instrucción que sugiere opciones para la acción del educador<sup>430</sup>. Sin embargo, gran parte del trabajo de Bruner está ligado con el desarrollo infantil al igual que la teoría piagetiana. Un aspecto que diferencia las mencionadas teorías es que en el interaccionismo se le concede un rol preponderante a la cultura, al lenguaje y las técnicas que permiten emerger los medios de representación, pues cuanto más rápido una persona tenga acceso a un medio cultural estimulante, más rápido será su desarrollo cognitivo<sup>431</sup>.

.....  
429 Jerome Bruner, *Going beyond the information given* (New York, NY: Norton, 1973).

430 Bruner, *Hacia una teoría de la instrucción*.

431 Ramiro Marques, *A Arte de Ensinar. Dos Clássicos aos Modelos Pedagógicos Contemporâneos* (Lisboa: Plátano Editora, 2001).

Bruner propuso tipificar el desarrollo cognitivo en tres etapas: la de respuestas motoras, hasta los dos años, la de representación icónica, de tres a nueve años, y a partir de los diez años la etapa de representación simbólica. En la primera etapa, el niño representa los acontecimientos pasados por medio de respuestas motoras adecuadas, aprende a través de la manipulación de objetos y busca el desarrollo de automatismos.

En la segunda etapa, la representación icónica se basa en la organización visual de percepciones e imágenes, el niño es capaz de reproducir los objetos, pero es totalmente dependiente de la memoria visual, concreta y específica. La tercera etapa, la representación simbólica, es la forma más elaborada de la representación de la realidad, el niño lo hace a través de un lenguaje simbólico de carácter abstracto. En esta etapa, la persona es capaz de hacer una lectura de la realidad y de transformarla<sup>432</sup>. Lo que llama la atención es que el paso por estas etapas puede ser acelerado mediante la inmersión del sujeto en un medio cultural y lingüístico rico e interesante; también se destaca la importancia que se le asigna a la estructura previa como factor esencial en el aprendizaje.

Según Sierpinska<sup>433</sup>, el interaccionismo da prioridad al lenguaje y a la interacción individuo-cultura; el origen y la validación del conocimiento no está en la observación objetiva del mundo, como piensan los empiristas, o en la racionalidad innata, como dicen los racionalistas, o en las estructuras lógico-matemáticas construidas a través de una secuencia de estadios de desarrollo, como piensan los constructivistas, pero sí en el lenguaje, pues el conocimiento tiene un carácter discursivo. El lenguaje es un instrumento de comunicación, mas no es la comunicación de pensamientos. El profesor de matemáticas, al abordar un concepto, no está comunicándolo a los alumnos, estos igualmente no están comunicando conceptos sociales, histórica y culturalmente construidos.

La comunicación vista desde el ángulo interaccionista está asociada a la escuela de filosofía del lenguaje, cuyos representantes son Wittgenstein, Austin, Searle, Grice y sus seguidores. No existe transmisión de conocimiento porque este no está en la mente del profesor. En el diálogo entre

.....  
432 *Ibid.*

433 Sierpinska, "Three epistemologies, three views of classroom communication".

el profesor y el alumno en el aula surge una interacción y el conocimiento matemático emerge de ella. El conocimiento es construido a través de las palabras, pues son las que indican la acción de los participantes, y el tipo de conocimiento depende de la clase de interacción que se dé, pues el significado está en el discurso. El interaccionismo ve la comunicación como precedente y preparando el terreno para la adquisición del lenguaje<sup>434</sup>.

## 6.6 Comunicación y control del aula

Para Ponte *et al.*<sup>435</sup> la comunicación matemática puede ser abordada desde tres enfoques: como medio de control, como objetivo curricular y para promover aprendizajes.

La comunicación matemática como medio de control puede enfocarse de diferentes maneras, pues es a través de la comunicación, de forma explícita o implícita, como el profesor mantiene o no el control de la situación de clase, para poder percibir el avance o las dificultades de los estudiantes. El discurso del profesor se entiende como una práctica social, en la que se utiliza un sistema lingüístico como medio de comunicación.

En la segunda perspectiva, la comunicación constituye un objetivo curricular de la matemática, pero no todos los profesores valoran este aspecto de la misma forma, ya que algunos dan más importancia a la comunicación oral y otros a la comunicación escrita.

En cuanto a la última perspectiva, la comunicación constituye un medio para promover aprendizajes de la matemática, pues la construcción de significados matemáticos evoluciona por etapas sucesivas, reguladas por el profesor. Sin embargo, para que esto suceda, el alumno debe sentirse en libertad de intervenir y también saberse autorregular para intervenir adecuadamente.

Por medio de preguntas el profesor controla el proceso de comunicación en el aula de matemáticas. En casos estudiados por Ponte *et al.*<sup>436</sup> se

.....  
434 *Ibid.*

435 João Pedro da Ponte, et al. "A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática".

436 *Ibid.*

pudieron identificar diferentes aspectos en los que se resalta el control de la comunicación realizada por el profesor. Hay casos en los cuales el docente privilegia el diálogo con sus estudiantes permitiendo la explicación de sus raciocinios, lo cual genera un ambiente positivo y agradable en la clase sin que el profesor pierda el control de esta; en otros casos, se hace explicación temática con un lenguaje escogido cuidadosamente para no generar indisciplina; otra estrategia utilizada por los docentes para controlar situaciones de indisciplina es mirar a los estudiantes fijamente sin decir nada para que reduzcan el ruido a un nivel aceptable; finalmente, hay casos en los cuales el profesor identifica reglas explícitas del contrato didáctico, por ejemplo, por norma el estudiante tiene que hablar, así que el docente va formulando preguntas para que los alumnos lleguen a donde se quiere.

El control de la comunicación en el aula por parte del profesor no implica que este esté interviniendo todo el tiempo. Significa, de acuerdo con lo expuesto por Ponte *et al.*<sup>437</sup>, que el profesor constituye un ambiente en donde los estudiantes saben qué pueden y qué no pueden hacer, lo cual posibilita que la clase transcurra de forma natural.

En general, para Ponte *et al.*, los profesores plantean la necesidad de controlar lo que pasa en el aula, sin perder de vista que el ambiente de clase debe ser agradable, lo cual permite que los estudiantes se sientan cómodos, de tal manera que puedan participar y plantear sus dudas.

## 6.7 Contrato didáctico, normas sociomatemáticas y comunicación

El aula, y en especial el aula de matemáticas, es un lugar en donde ocurren complejas interacciones entre profesor y alumnos, y la comunicación es uno de los elementos fundamentales de ese medio<sup>438</sup>.

El contrato didáctico establecido es uno de esos elementos decisivos para validar o no las diferentes prácticas de comunicación en el aula, el cual es comprendido como el conjunto de comportamientos del profesor que

.....  
437 *Ibid.*

438 Alro y Skovsmose, *Dialogue and learning in mathematics education*.

es esperado por los alumnos y el conjunto de comportamientos de los alumnos que es esperado por el profesor<sup>439</sup>. Este contrato es un conjunto de reglas especialmente implícitas, las cuales deben ser validadas por cada una de las partes.

La noción de contrato pedagógico establecido entre alumno y profesor con duración de un año, no se refiere a un conocimiento específico, se basa en la premisa de que el profesor está allí para enseñar algo y el estudiante para aprender ese algo, es decir, el uno representa el conocimiento para el otro, pues el conocimiento es el que legitima la relación<sup>440</sup>.

A partir de las ideas de Rousseau y Filloux, Brousseau<sup>441</sup> desarrolla la noción de contrato didáctico, dándole relevancia al conocimiento, pues afirma que con cada nuevo conocimiento el contrato didáctico es renovado, pero este aspecto en la mayoría de los casos pasa inadvertido. Adicionalmente, las reglas del contrato didáctico se hacen evidentes cuando este es trasgredido por alguno de los componentes de la relación didáctica. La comunicación oral entre profesor y estudiante es un aspecto que puede validar o no el contrato didáctico.

Para interpretar las interacciones en el aula de matemáticas, una noción importante, además del contrato didáctico, son las normas sociomatemáticas, las cuales difieren de las normas sociales en que son específicas de los aspectos matemáticos de las actividades de los alumnos; por ejemplo, lo que es considerado matemáticamente diferente, matemáticamente sofisticado, matemáticamente eficaz y matemáticamente elegante<sup>442</sup>. La diferencia matemática se refiere a un modo diferente de solucionar una situación problémica, es decir, se puede ver que las matemáticas son interactivamente construidas.

En las dos nociones, de contrato didáctico y normas sociomatemáticas, el profesor asume un papel central. Cuando el profesor cambia las reglas del contrato didáctico, implica una pérdida de significado en el concepto que

.....  
439 Brousseau, "Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques".

440 Janine Filloux, *Du contract pédagogique* (Paris: Dunot, 1974).

441 Guy Brousseau, *Theory of didactical situations in mathematics: didactique des mathématiques* (Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1997).

442 Yackel y Cobb, "Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics".

se está trabajando<sup>443</sup>. El autor da nombre a esas rupturas: efecto Topaze, efecto Pigmalion, efecto Jourdain y el uso abusivo de analogías; estas se dan cuando el profesor devuelve al alumno la responsabilidad por la construcción del conocimiento.

## 6.8 Comunicación y discurso matemático

La matemática puede ser interpretada como una forma de comunicación, una forma de discurso, el cual es un indicador del aprendizaje de la matemática; por lo anterior, se asume que el aprendizaje de la persona se origina en la comunicación con otros, donde surge la necesidad de adaptar el modo discursivo al de otras personas<sup>444</sup>. Para esta autora existe más de un tipo de comunicación que puede ser considerada como matemática. Por ello existe la necesidad de considerar diferentes tipos de discurso matemático, especialmente atendiendo el discurso del diario vivir, el de la escuela y el de los matemáticos profesionales<sup>445</sup>.

Otra propiedad importante para considerar en el discurso matemático es la mediación visual, la cual lo distingue de otros tipos de comunicación. La mediación visual ocurre a través de herramientas mediadoras especiales, es decir, son aquellas con las cuales las personas se ayudan para comunicarse; por ejemplo, en el discurso coloquial los mediadores son imágenes de cosas materiales que existen independientes del discurso, mientras que los otros discursos matemáticos envuelven artefactos simbólicos creados justamente para esta forma especial de comunicación, como la notación geométrica o algebraica.

Según Barufi<sup>446</sup>, la herramienta fundamental que tiene el docente para lograr su objetivo no es una tecnología avanzada ni un programa interactivo, sino la presencia del profesor con las características propias de un actor,

.....  
443 Brousseau, “Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques”.

444 Sfard, “Mathematics as form of communicating”.

445 Peggy Rittenhouse, “The teacher’s role in mathematical conversation: Stepping in and stepping out”, en *Talking mathematics in school: Studies of teaching and learning*, editado por M. Lampert y M. L. Blunk (Cambridge, MA: Cambridge University Press, 1998), 163-189.

446 Maria Cristina Bonomi Barufi, “A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de cálculo diferencial e integral” (tesis de doctorado, Universidade de São Paulo, 1999).

director de orquesta, pero especialmente con su discurso. Para Lampert y Cobb<sup>447</sup>, el discurso que se da en el aula de matemáticas puede ser clasificado como discurso reflexivo, discurso calculatorio, discurso conceptual, discurso multivocal y *revoicing*.

Dado que la enseñanza de las matemáticas se da a través de la comunicación de ideas matemáticas, hay que tener en cuenta que la forma expedita para realizar esa comunicación es el lenguaje y en el aula de matemáticas se involucran elementos tanto del lenguaje natural como del lenguaje matemático<sup>448</sup>. Así, el lenguaje matemático es definido por Beyer<sup>449</sup> como “el código empleado por una persona para transmitirle a otras personas ideas matemáticas”; define igualmente cuatro dimensiones a las cuales pertenecen los mencionados códigos: dimensión verbal, que está conformada por expresiones del vocabulario matemático y expresiones propias de la matemática; dimensión simbólica, a la que pertenecen los símbolos matemáticos, dimensión gráfica y dimensión de materiales.

Estas dimensiones se intersectan con los niveles matemático, metamatemático y perimatemático. En el nivel matemático se encuentran los mensajes que incluyen objetos matemáticos. El nivel metamatemático comprende todos los mensajes que se pueden clasificar en un nivel que hace referencia a la matemática de la matemática. Y el perimatemático comprende mensajes cuyo objetivo es reforzar los significados de los mensajes de los niveles previos. Lo anterior expone una forma particular de analizar la comunicación en la clase de matemáticas.

## 6.9 Modos de comunicación

Brendefur y Frykholm<sup>450</sup> hacen énfasis en que para poder acceder al conocimiento matemático es necesario tener en cuenta las diversas formas de comunicación tanto verbales como escritas que permiten la interacción en

.....  
447 Lampert y Cobb, “Communication and language”, 237-249.

448 Elcy Bonilla, “La dimensión de la cultura en la investigación en matemática educativa”, en *Metodología para la enseñanza de la matemática*, compilado por L. Gutiérrez (Caracas: M.R. Editores, 1987), 16-33.

449 Walter Beyer, “El discurso y el lenguaje matemáticos en el contexto del aula” (trabajo de grado de maestría no publicado, Universidad Pedagógica Experimental Libertador, 1994).

450 Brendefur y Frykholm, “Promoting mathematical communication in the classroom”.

el aula; plantean cuatro categorías generales para organizar las diferentes perspectivas que se presentan dada la diversidad de interpretaciones que surgen de documentos como las normas NCTM<sup>451</sup>.

El primer tipo es la *comunicación unidireccional*, la más usual en nuestras instituciones educativas. Los maestros tienden a ser los protagonistas del proceso interaccional en el aula, que solo permiten mínimas oportunidades de participación a los estudiantes, formulando preguntas cerradas, haciendo ver las matemáticas como un ente terminado que debe ser transmitido por el docente y recibido pasivamente por el estudiante<sup>452</sup>, es decir, el profesor habla y el alumno escucha. Este modo comunicativo se asociaría con las tendencias de tipo racionalista<sup>453</sup>, donde se toma el conocimiento como un conjunto de verdades objetivas que pueden ser transmitidas a otros a través del lenguaje verbal mediante una adecuada codificación.

La segunda categoría es la *comunicación contributiva*, la cual se caracteriza porque se privilegia la interacción en el aula de forma participativa, aunque con puntos de discusión muy someros y de poca o ninguna profundidad. Según Cobb *et al.*<sup>454</sup> se presenta en las charlas informales que hacen los estudiantes cuando trabajan temas matemáticos. Brendefur y Frykholm<sup>455</sup> plantean que estas conversaciones son generalmente correctivas, “Así es como lo haces...”, en las que el docente se reserva la autonomía para la validación del conocimiento. También este tipo de comunicación se asociaría con una tendencia racionalista, en que el docente es el trasmisor del conocimiento con algunas pequeñas participaciones por parte de los estudiantes.

.....  
451 National Council of Teachers of Mathematics, *Curriculum and evaluation standards for school mathematics* (Reston, VA: NCTM, 1989).

452 Alba Thompson, “Teachers’ beliefs and conceptions: A synthesis of the research”, en *Handbook of research in mathematics teaching and learning*, editado por D. A. Grouws (New York, NY: Macmillan, 1992), 127-146.

453 Alfonso Jiménez, *A Pesquisa sobre Comunicação em sala de aula de Matemática*.

454 Paul Cobb et al. “Reflective Discourse and Collective Reflection”. *Journal of Research in Mathematics Education*, 28, n.º 3 (1997): 258-277.

455 Brendefur y Frykholm, “Promoting mathematical communication in the classroom.

La tercera es la *comunicación reflexiva*, que proviene del discurso reflexivo desarrollado por Cobb *et al.*<sup>456</sup>, en el cual relaciona el discurso del aula caracterizado por aproximar la acción a la reflexión, con el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes. Se basa en compartir ideas, soluciones, estrategias con los compañeros y con el docente, pero acá si hay conversaciones matemáticas, que son asumidas como base para posteriores discusiones, es decir, las acciones de los estudiantes y del docente fruto de las discusiones son objeto, a su vez, de discusión. Según Lampert<sup>457</sup>, este tipo de discurso se presenta cuando los estudiantes comprueban o refutan alguna conjetura planteada por los compañeros o por el docente. Menezes<sup>458</sup> manifiesta que esta clase de comunicación, al igual que la anterior, es dialógica, y resalta la interacción entre docente y alumnos. La comunicación reflexiva se asociaría con una tendencia interpretativista<sup>459</sup>.

La última categoría es la *comunicación instructiva*, la cual se apoya según Brendefur y Frykholm<sup>460</sup> en el trabajo de Steffe y D'Ambrosio<sup>461</sup>. Esta comunicación contiene las interacciones entre los estudiantes y profesores, pero es algo más, integra las ideas de los propios estudiantes; busca con las acciones del docente modificar la matemática de los estudiantes, tanto en el entendimiento matemático de los estudiantes como en comprender los procesos de pensamiento, fortalezas y debilidades de estos. Según Menezes<sup>462</sup>, las decisiones tomadas por el profesor sobre la ejecución de las actividades de enseñanza y aprendizaje son enlazadas con

.....  
456 Cobb et al. "Reflective discourse and collective reflection".

457 Magdalene Lampert, "When the Problem Is not the Question and the Solution Is not the Answer: Mathematical Knowing and Teaching". *American Educational Research Journal*, n.º 27 (1990): 29-63.

458 Luis Menezes, "Matemática, Linguagem e comunicação", en *Atas do Encontro Nacional de Professores de Matemática (ProfMat, 99)* (Portimão, Portugal: Associação de Professores de Portugal, 1999).

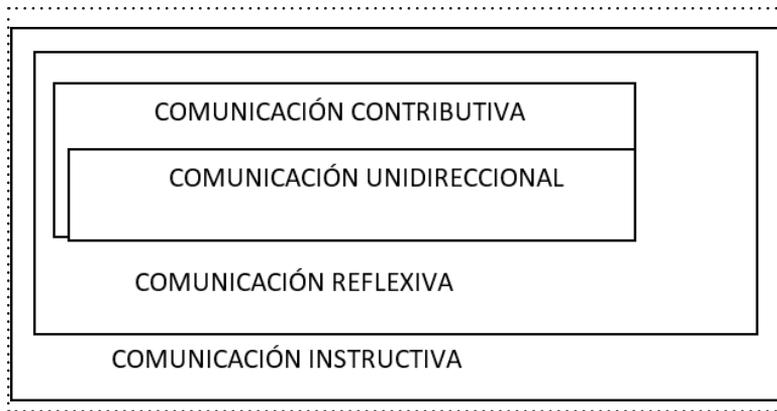
459 Jiménez. *A Pesquisa sobre comunicação*.

460 Brendefur y Frykholm, "Promoting mathematical communication in the classroom."

461 Leslie Steffe y Beatriz D'Ambrosio, "Toward a Working Model of Constructivist Teaching: A Reaction to Simon", *Journal for Research in Mathematics Education*, n.º 26 (1995): 114-145.

462 Luis Menezes, "Matemática, Linguagem e comunicação", en *Atas do Encontro Nacional de Professores de Matemática* (Portimão, Portugal: Escola Superior de Educação de Viseu, 1999).

el desarrollo de la comprensión de ideas de los alumnos a través de la comunicación. Este último tipo de comunicación se enfoca de una manera diferente que las tres anteriores, mientras que estas describen lo que el docente y los alumnos hacen, la comunicación instructiva describe lo que el profesor y los alumnos hacen para que los primeros tres tipos de comunicación se puedan ver de manera concreta en el aula de matemáticas. Según Jiménez<sup>463</sup>, este tipo de comunicación se presenta cuando en el aula se hace mucho más que compartir información, los estudiantes son introducidos en el discurso matemático.



**Figura 12.** Tipos de comunicación según Brendefur y Frykholm, “Promoting Mathematical Communication...”

**Fuente:** Elaboración propia con base en Brendefur y Frykholm.

En la Figura 12 se quiere expresar lo que Brendefur y Frykholm<sup>464</sup> plantean acerca de las cuatro perspectivas: que cada nivel externo incluye las características de los anteriores.

Para analizar el tipo de comunicación que se presenta en una clase de matemáticas hay que determinar la forma predominante, y al observar varias clases de un mismo docente se puede identificar su estilo comunicativo, es decir, el que mejor describe la forma de enseñanza del profesor.

.....  
463 Jiménez, A *Pesquisa sobre comunicação em sala de aula de Matemática*.

464 Brendefur y Frykholm, “Promoting mathematical communication in the classroom”.

## 6.10 Análisis de la comunicación. Caso Fernando

En este apartado se hace un análisis comparativo de las dos fases en cada subcategoría.

En lo referente a modelos explicativos de comunicación, en la primera fase, el modelo predominante en la clase del profesor Fernando es el modelo lineal o matemático<sup>465</sup>, pues la clase se basa en la transmisión de contenidos, es unidireccional, el profesor es quien propone las tareas y las desarrolla. Aunque en menor escala, se asume el modelo sistémico en lo referente a la retroalimentación<sup>466</sup>, ya que desarrolla ejercicios o problemas con el mismo patrón buscando que los estudiantes mecanicen el tema por trabajar. Igualmente, se tiene en cuenta el modelo orquestal en lo referente a la regulación<sup>467</sup>; se mostró que en estas clases se manejan algunas normas que permiten su buena ejecución.

La clase del profesor se asocia en la segunda fase con el modelo orquestal de comunicación, porque se aplican los tres principios que caracterizan a este modelo: el principio de la totalidad, pues se tuvo en cuenta inicialmente el trabajo en pequeños grupos, con rotación de estudiantes, buscando facilitar la confrontación de saberes, los cuales fueron socializados en el gran grupo al final de la clase. En segundo lugar, el principio de la causalidad circular, puesto que se presentaron acciones y retroacciones, ya que los grupos se implicaron unos a otros en la rotación y la socialización de la regulación también estuvo presente, pues la comunicación no puede existir si no hay normas, algunas de las cuales fueron planteadas por el profesor al inicio de la clase y durante la clase, y otras se asumieron implícitamente por los estudiantes y el profesor<sup>468</sup>.

Como se puede observar, el profesor pasa de un modelo explicativo de la comunicación básicamente lineal, con pocas componentes de los

.....  
465 Shanon y Weaver, *The Mathematical Theory of Communication*.

466 Von Bertalanffy, "An outline of General System Theory".

467 Edmond Marc y Dominique Picard, *La interacción social. Cultura, instituciones y comunicación* (Barcelona: Paidós, 1992).

468 *Ibid.*

modelos sistémico y orquestal, a un modelo explicativo orquestal, lo cual significa que hay una mejora sustancial en la comunicación de su clase.

Teniendo en cuenta distintos criterios para la clasificación de la comunicación, en la primera fase se observa: de acuerdo con la participación, la comunicación es unilateral, se efectúa en una dirección; es colectiva y abierta, el docente se dirige a un público que son los estudiantes; es lingüística, el medio natural de comunicación es el lenguaje, con apoyo de códigos paralingüísticos; también es extralingüística, se emplean códigos distintos a la lengua natural, como la simbología matemática; es formal, ya que se sujeta a un patrón de clase definido, el tradicional-tecnológico. En cuanto al canal, la comunicación es audiovisual y directa; vertical, ya que se presenta de docente a estudiante, con poca participación de este último<sup>469</sup>.

La segunda fase coincide con la primera en que es colectiva y pública, es lingüística, con códigos paralingüísticos y también es extralingüística. Es informal en el trabajo de grupos y formal en la socialización. Es audiovisual y directa. Sin embargo, difiere en cuanto a la participación, la comunicación es recíproca, se presentan cambios de roles; interpersonal, pues hay permanente interrelación de los estudiantes; básicamente horizontal, ya que priman las interacciones entre estudiantes<sup>470</sup>. Se identifican cambios sustanciales especialmente en lo referente a la participación, se pasó de unilateral a recíproca, y de vertical a horizontal.

Para la clase, se consideró la comunicación como medio de control y como medio para percibir el avance o las dificultades de los estudiantes<sup>471</sup>. El profesor utiliza la comunicación para evitar la indisciplina de sus estudiantes y para facilitarles el aprendizaje de los conceptos matemáticos; este último aspecto también se tuvo en cuenta en la segunda fase. En este orden de ideas, tomar la comunicación como medio de control está implicando un contexto de clase tradicional-tecnológico.

.....  
469 Niño, *Los procesos de la comunicación y del lenguaje*.

470 *Ibid.*

471 João Pedro da Ponte et al. *Histórias de investigações matemáticas* (Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998).

En cuanto al contrato didáctico<sup>472</sup>, en la primera fase, en una sección de clase se identificaron algunas normas de la clase, como las siguientes: la persona que esté escribiendo en el tablero debe hablar; el estudiante debe responder a las preguntas del profesor; el profesor propone los problemas por desarrollar; el profesor es el que resuelve los problemas con pequeños apoyos de los estudiantes; siempre que se termine el desarrollo de un problema, el profesor debe hacer un recuento; el profesor debe contestar las preguntas cortas de los estudiantes. Igualmente, en una sección de clase de la segunda fase se tienen normas como estas: la persona que tiene la última palabra es el docente, es decir, la autoridad, aunque no la esté ejerciendo directamente, la tiene el docente; el profesor no debe responder directamente las preguntas del estudiante sino sobre conclusiones que hayan sacado los estudiantes; el estudiante puede sacar textos y cuadernos para poder contestar el taller. En síntesis, se observa que se cambia de unas normas que se centran básicamente en el docente, a unas que tienen que ver con la relación docente-estudiante y estudiante-estudiante.

En la siguiente tabla se presentan las configuraciones didácticas<sup>473</sup> y a qué modo de comunicación pertenecen<sup>474</sup>.

**Tabla 22.** Modos de comunicación

Config	Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4
1	Unidireccional	Unidireccional	Unidireccional	Unidireccional
2	Unidireccional	Unidireccional	Reflexiva	Reflexiva
3	Unidireccional	Unidireccional	Reflexiva	Reflexiva
4	Unidireccional	Unidireccional	Reflexiva	Reflexiva
5	Unidireccional	Unidireccional	Reflexiva	Reflexiva

.....  
472 Brousseau, “Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques”.

473 Font, Planas y Godino, “Modelo para el análisis didáctico en educación matemática”.

474 Brendefur y Frykholm, “Promoting mathematical communication in the classroom”.

6	Unidireccional	Unidireccional	Reflexiva	Reflexiva
7	Unidireccional	Unidireccional	Unidireccional	Reflexiva
8	Unidireccional	Unidireccional	Unidireccional	Unidireccional

**Fuente:** elaboración propia.

En la primera fase, se concluye que la comunicación en la clase de Fernando es unidireccional, de modo que las configuraciones de las dos clases son de este tipo de comunicación. Las interacciones planteadas son la actuación del docente, con muy pocas del estudiante y, en tal caso, de forma corta, lo aclara el hecho de que el promedio de participación del estudiante en la clase es del 13.49 %. En la segunda fase (clases tercera y cuarta), como se puede deducir de la tabla anterior, el tipo de comunicación del profesor es reflexiva, ya que el 68.75 % de las interacciones son reflexivas y el resto unidireccionales<sup>475</sup>. Es decir, esta clase es de tipo básicamente dialógico, con momentos magistrales.

El docente Fernando evoluciona de un modo de comunicación unidireccional a reflexivo, de una clase magistral a dialógica<sup>476</sup>; esto quiere decir que resignifica su modo de comunicación y su tipología de clase.

## 6.11 Análisis de la comunicación.

### Caso Juan

Se realiza un análisis comparativo de las dos fases en cada subcategoría.

En lo que se refiere a los modelos explicativos de comunicación, en la primera fase, la clase de Juan se basa en la transmisión de contenidos, es unidireccional, el profesor es quien propone las tareas y las ejecuta, por ello, el modelo explicativo predominante es el lineal<sup>477</sup>. Se hicieron

.....  
475 *Ibid.*

476 Godino, Contreras y Font, Análisis de procesos de instrucción.

477 Shanon y Weaver, *The Mathematical Theory of Communication*.

ejercicios o problemas con el mismo patrón, buscando que los estudiantes mecanizaran el tema por trabajar, allí estuvo presente el modelo sistémico<sup>478</sup>. Adicionalmente, se mostró que en estas clases se manejan algunas normas que permiten la buena ejecución de estas, es decir, hay regulación, por lo cual y en este aspecto está presente el modelo orquestal<sup>479</sup>.

La clase del profesor en la segunda fase se caracterizó por lo siguiente: inicialmente, el trabajo en pequeños grupos, buscando facilitar la confrontación de saberes, los cuales fueron socializados en el gran grupo en la parte final de la clase. También es de destacar que hubo acciones y retroacciones al presentarse las interacciones entre los estudiantes e igualmente se destacaron normas de clase que permitieron el desarrollo de estas. Por lo anterior, se considera que se trabajó con el modelo orquestal de comunicación y que se aplicaron los tres principios que enfoca este modelo: el principio de la totalidad, el principio de la causalidad circular y el principio de regulación<sup>480</sup>. Como se puede observar, el profesor pasa de un modelo explicativo de la comunicación básicamente lineal, con pocas componentes de los modelos sistémico y orquestal, a un modelo explicativo orquestal, lo cual significa que hay una mejora sustancial en la comunicación de su clase.

En cuanto a la clasificación de la comunicación, en la primera fase, la comunicación se desarrolló en una dirección (unilateral), orientada hacia los estudiantes (colectiva y abierta), el medio de comunicación fue el lenguaje (lingüística), se utilizó simbología matemática (extralingüística); se sujeta a un patrón de clase definido, el tradicional tecnológico (formal), se da de docente a estudiante (vertical) y en cuanto al canal, la comunicación es audiovisual y directa<sup>481</sup>.

La segunda fase se diferencia de la primera en cuanto a la participación, la comunicación es recíproca, se presentaron cambios de roles; interpersonal, pues hay permanente interrelación entre los estudiantes; básicamente horizontal, ya que priman las interacciones entre estudiantes.

.....  
478 Von Bertalanffy, *An outline of General System Theory*.

479 Marc y Picard, *La interacción social*.

480 *Ibid.*

481 Niño, *Los procesos de la comunicación y del lenguaje*.

Se identifican cambios significativos, especialmente en lo referente a la participación, se pasó de unilateral a recíproca, y de vertical a horizontal.

En los signos no se presentaron cambios en las dos fases. Se utilizaron símbolos, con muy pocos casos de íconos<sup>482</sup>; estos símbolos se trabajaron ubicados en un contexto y en relación con otros símbolos<sup>483</sup>. Igualmente, en las clases se utilizaron los códigos lingüísticos, el discurso del docente; los paralingüísticos como sustitutos del lenguaje; y los extralingüísticos lógicos y sociales<sup>484</sup>.

En su primera fase, en la clase el profesor utilizó la comunicación para evitar la indisciplina de sus estudiantes y para facilitarles el aprendizaje de los conceptos matemáticos, esto es, como medio para percibir el avance o las dificultades de los estudiantes y como medio de control<sup>485</sup>. Sin embargo, en la segunda fase, el docente solo utilizó la comunicación para promover aprendizajes<sup>486</sup>, es decir, al ser una clase participativa, el control de la clase se dio de manera natural, ya que los estudiantes se concentraron en discutir y avanzar sobre el desarrollo del tema.

En la fase inicial, de acuerdo con el contrato didáctico<sup>487</sup>, se pudieron identificar algunas normas de la clase: el profesor es el que propone los ejercicios y utiliza el tablero; el profesor debe desarrollar los problemas que propone; el profesor debe explicar cómo se soluciona un determinado tipo de problema; el estudiante debe contestar las preguntas cortas del profesor; el profesor es quien decide qué se debe trabajar en la clase, en este caso el que propone el problema por resolver; siempre que se haga una parte de la construcción hay que hacer *click* para validarla; todos deben comenzar a trabajar al tiempo.

En la segunda fase también se detectaron normas de clase, entre otras las siguientes: el estudiante debe confrontar las ideas de los compañeros; hay

.....  
482 Charles Peirce, *La ciencia de la semiótica* (Buenos Aires: Ediciones Nueva Visión, 1974).

483 Saussure, *Cours de linguistique générale*.

484 Guirard. *Códigos de comunicación no verbal*.

485 João Pedro da Ponte et al, "A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática".

486 *Ibid.*

487 Brousseau, "Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques".

que llegar a consensos entre los miembros del grupo; se debe entregar un informe por cada grupo al finalizar la sesión; hay que ir llevando una ficha para poder entregar el informe al final. Se observa que se cambia de unas normas que se centran básicamente en el docente, a unas que tienen que ver con la relación docente-estudiante y estudiante-estudiante.

En la siguiente tabla se presentan las configuraciones didácticas<sup>488</sup> y a qué modo de comunicación pertenecen<sup>489</sup>.

**Tabla 23.** Modos de comunicación

Configuración	Clase			
	Primera	Segunda	Tercera	Cuarta
1	Unidireccional	Unidireccional	Reflexiva	Reflexiva
2	Unidireccional	Unidireccional	Reflexiva	Reflexiva
3	Unidireccional	Unidireccional	Reflexiva	Reflexiva
4	Unidireccional	Reflexiva	Reflexiva	Reflexiva
5		Reflexiva	Reflexiva	Reflexiva
6				Reflexiva

**Fuente:** elaboración propia.

Se observa que la mayoría de las configuraciones de las dos primeras clases son de tipo comunicativo unidireccional, las interacciones planteadas todas son de la actuación del docente, con muy pocas del estudiante y, en tal caso, de forma corta, como ya lo habíamos mencionado anteriormente. En la segunda fase (clases tercera y cuarta), como se puede deducir de la tabla anterior, el tipo de comunicación de la clase del profesor es reflexiva<sup>490</sup>. Esto significa que esta clase es de tipo básicamente dialógico, lo cual implica una clase cuyo eje es el estudiante, o sea, no tradicional-tecnológica.

El docente Juan pasa de un modo de comunicación unidireccional a uno reflexivo, pasa de una clase magistral a dialógica<sup>491</sup>; en otras palabras, mejora su modo de comunicación y su tipología de clase.

488 Font, Planas y Godino, “Modelo para el análisis didáctico en educación matemática”.

489 Brendefur y Frykholm, *Promoting mathematical communication in the classroom*.

490 Brendefur y Frykholm, *Promoting mathematical communication in the classroom*.

491 Godino, Contreras y Font, *Análisis de procesos de instrucción*.

## Conclusiones

Se presentan las principales conclusiones de esta investigación, las cuales provienen de un estudio de caso, específicamente del análisis didáctico a clases de matemáticas de dos profesores que participaron en un grupo de trabajo colaborativo buscando mejorar sus prácticas pedagógicas. Aunque los resultados del estudio de caso no pueden ser generalizados, se considera que pueden brindar elementos para que profesores de matemáticas resignifiquen sus prácticas profesionales, especialmente en lo relacionado con los patrones de interacción comunicativa y la comunicación en sí.

Una de las conclusiones fundamentales de la investigación es que, al finalizar la labor con el grupo de trabajo colaborativo, los docentes lograron resignificar sus prácticas profesionales, pues pasaron de una tipología de clase tradicional-tecnológica (centrada en el docente) a una no tradicional-tecnológica (centrada en el estudiante), es decir, el docente pasó de presentar características unidireccionales a reflexivas. Así mismo, también consiguieron resignificar los patrones de interacción comunicativa, pues en la primera fase se presentaron patrones de interacción comunicativa centrados en el profesor y después pasaron a unos centrados en el estudiante.

Inicialmente, se pretendió *identificar los patrones de interacción comunicativa de algunos profesores de la Licenciatura en Matemáticas de la UPTC, a partir del análisis didáctico de sus clases*. Aquí es importante resaltar la forma como se lograron analizar los patrones de interacción comunicativa. En primer lugar, se dividió la clase en configuraciones didácticas como lo asume el enfoque ontosemiótico de la cognición matemática y posteriormente se analizaron los patrones emergentes de cada configuración, para luego cruzar la información de las diferentes configuraciones.

Con la información analizada se pudo concluir que las dos clases de Juan se distribuyeron en 4 y 5 configuraciones didácticas, lo cual muestra su tendencia a realizar un desarrollo temático prudente para una sesión de clase; mientras que las dos clases de Fernando se distribuyeron en 8 configuraciones didácticas, lo cual señala un desarrollo temático demasiado ambicioso, debido a que son muchas tareas para la sesión de clase. La totalidad de las configuraciones de las clases de los dos docentes fueron catalogadas de tipo magistral<sup>492</sup>. De lo anterior se concluye que se trata de una clase centrada en el docente, es decir, tradicional-tecnológica.

Se determinó una identificación amplia de los patrones de interacción comunicativa de cada docente, los cuales se plasman en las tablas 24 y 25, que muestran interacciones basadas en la actuación del docente; lo que permite plantear una primera aproximación para identificar una clase tradicional tecnológica con base en sus patrones de interacción.

**Tabla 24.** Análisis de interacción de las clases iniciales de Fernando

AB	Descripción	Clase		Total
		1	2	
A	Aclaración del docente, explicación corta	45	15	60
Ag	Agradecimiento del docente a un estudiante	1	0	1
Ant	Aclaración no temática por parte del profesor	4	4	8
Ap	Aprobación de la respuesta dada por el estudiante	7	1	8
Ar	Autorrespuesta del profesor, es decir, pregunta y responde su pregunta	10	6	16
D	Dictado que hace el profesor a los estudiantes de problemas o ejercicios	4	10	14
0De	Discusión entre los estudiantes	4	0	4
E	Explicación amplia del profesor	14	14	28
ia	Intervención argumentada que hace el estudiante	4	0	4
ic	Intervención corta del estudiante, sin que se la haya solicitado el docente	21	2	23
int	Intervención no temática del estudiante	0	1	1
O	El profesor ordena la ejecución de una acción	4	5	9
Pa	Pregunta argumentada por parte del profesor	1	3	4

.....  
492 *Ibid.*

**Tabla 24.** Análisis de interacción de las clases iniciales de Fernando (continuación).

Pc	Pregunta corta del profesor dirigida a todo el grupo	77	34	111
Pc	Pregunta corta por parte del estudiante por iniciativa propia	12	9	21
Pcd	Pregunta corta y directa del profesor	3	1	4
Pm	Preguntas múltiples por parte del profesor	17	0	17
R	Repetición del profesor de lo que expresa el estudiante	11	3	14
Ra	Respuesta argumentada del profesor a una pregunta de un estudiante	1	1	2
Rc	Respuesta corta del profesor ante una pregunta del estudiante	3	6	9
rgc	Respuesta en coro de varios estudiantes, respuesta general corta	7	0	7
ria	Respuesta individual argumentada del estudiante	9	1	10
ric	Respuesta del estudiante, individual y corta	73	29	102
Sc	Silencio corto de menos de un minuto	0	3	3
Sp	Silencio prolongado (más de un minuto)	3	4	7
<b>Total</b>		<b>335</b>	<b>152</b>	<b>487</b>

**Fuente:** elaboración propia.

**Tabla 25.** Análisis de interacción en las dos clases iniciales de Juan

AB	Descripción	C 1	C2	Total
A	Aclaración del docente, explicación corta	20	27	47
An,	Negación de la respuesta dada por el estudiante	1	1	2
Ant	Aclaración no temática por parte del profesor	10	10	20
Ap	Aprobación de la respuesta dada por el estudiante	4	6	10
Ar	Autorrespuesta del profesor, es decir, pregunta y responde su pregunta	26	26	52
As	Asesoría del profesor	0	2	2
D	Dictado que hace el profesor a los estudiantes de problemas o ejercicios	3	1	4
E	Explicación amplia del profesor	22	24	46
e:	Explicación amplia del estudiante	0	7	7
ia	Intervención argumentada que hace el estudiante	1	0	1

**Tabla 25.** Análisis de interacción en las dos clases iniciales de Juan (continuación).

ic	Intervención corta del estudiante, sin que se la haya solicitado el docente	1	1	2
int	Intervención no temática del estudiante	0	1	1
O	El profesor ordena la ejecución de una acción	4	6	10
Pa	Pregunta argumentada por parte del profesor	4	0	4
Pc	Pregunta corta del profesor dirigida a todo el grupo	51	32	83
pc	Pregunta corta por parte del estudiante por iniciativa propia	3	5	8
Pm	Preguntas múltiples por parte del profesor	10	7	17
Pnt	Pregunta no temática del profesor	1	0	1
R	Repetición del profesor de lo que expresa el estudiante	4	1	5
Ra	Respuesta argumentada del profesor a una pregunta de un estudiante	1	2	3
Rc	Respuesta corta del profesor ante una pregunta del estudiante	1	3	4
ria	Respuesta individual argumentada del estudiante	5	0	5
ric	Respuesta del estudiante, individual y corta	28	2	30
tg	Trabajo grupal de los estudiantes	0	18	18
ti	Trabajo individual de los estudiantes	1	0	1
Total		201	182	383

**Fuente:** elaboración propia.

Se identificaron como acciones de interacción comunicativa propias de Fernando y Juan, las siguientes: la pregunta corta por parte del docente, las autorrespuestas del profesor, las aclaraciones y explicaciones cortas del docente, explicación amplia del profesor y respuesta corta por parte del docente. Las anteriores interacciones nuevamente muestran unas clases centradas en el docente, lo que está acorde con los patrones de interacción de diversos autores evidenciados en esta primera fase: patrón de interacción cíclico<sup>493</sup>, diálogo triádico<sup>494</sup>, enfoque de

.....  
493 Lampert y Cobb, "Communication and language".

494 Jay L. Lemke. *Talking science: Language, learning, and values* (Norwood, NJ: Ablex, 1985).

introducción, trabajo y conclusión-revisión<sup>495</sup>, patrón de extracción<sup>496</sup>, del embudo y tradicional<sup>497</sup>, aula univocal<sup>498</sup>, patrón unidireccional<sup>499</sup>, discusión común<sup>500</sup>, exposición tipo conferencia<sup>501</sup>, patrones afirmativo<sup>502</sup> y transmisionista<sup>503</sup>; todos los patrones anteriores se caracterizan porque el eje del proceso es el docente.

El promedio de participación de los estudiantes en las clases de Juan fue del 35.76 %, y en las de Fernando, del 13.49 %; de lo que se puede destacar el protagonismo de los docentes en el desarrollo de estas, es decir, se trata de un aula absolutista<sup>504</sup>, lo cual es propio de una metodología tradicional-tecnológica.

También, al iniciar el estudio se pretendió *identificar elementos de la práctica pedagógica de algunos profesores de la Licenciatura en Matemáticas de la UPTC, en especial de la comunicación, susceptibles de ser replanteados*. Es de aclarar que el análisis didáctico se hizo desde los criterios del enfoque ontosemiótico de la cognición matemática, por lo cual se presentan a continuación los resultados de la primera fase, en cuanto a las idoneidades didácticas.

Con la información analizada se pudo concluir que, en la primera clase, coincidieron los dos docentes en que las idoneidades más bajas son la interaccional y la epistémica, mientras que en la segunda es la interaccional; en promedio, las más bajas de Juan son la interaccional y la ecológica, y para Fernando, la interaccional y la mediacional, pero

.....  
495 Mehan, "The structure of classroom events", 59-87.

496 Voigt, "Patterns and routines in classroom interaction".

497 Wood, "Alternative patterns of communication". Wood, "An emerging practice of teaching".

498 Peressini y Knuth, "Why are you talking when you could be listening?".

499 Brendefur y Frykholm, "Promoting mathematical communication in the classroom.

500 Loska, "Teaching without instruction".

501 Schwarz et al., "Teacher guidance of knowledge construction".

502 Sierpinska y Lerman, "Epistemology of mathematics and of mathematics education".

503 Villalta y Martinic, *Modelos de estudio de la interacción didáctica en la sala de clase*.

504 Alro y Skovsmose, *Dialogue and learning in mathematics education: Intention, reflection, critique*.

la idoneidad crítica por implementar por parte de los docentes fue la idoneidad interaccional. A continuación, se presentan en detalle los aspectos por desarrollar de acuerdo con cada idoneidad.

**Faceta epistémica.** (Porcentaje de logro: Fernando 59.7 % y Juan 68.2 %). No se propusieron en la clase situaciones que permitieran generar problemas, en este caso el docente planteó todos los problemas para trabajar por parte del estudiante. Igualmente, no se formularon situaciones en las que los alumnos tuvieran que generar o negociar procedimientos, definiciones o proposiciones. Tampoco actividades en las que el alumno argumentara, pues las explicaciones estaban a cargo del docente. Así mismo, no se privilegió el uso de diferentes significados de los objetos identificados en las prácticas matemáticas.

**Faceta cognitiva.** (Porcentaje de logro para los dos docentes: 66.6 %). No se mostró o identificó alguna forma que propusieran los docentes como evaluación de los procesos y prácticas, que señalara entre otros aspectos la comprensión conceptual y proposicional, el avance en las competencias comunicativa, argumentativa y metacognitiva, y la comprensión situacional. Como no hubo evaluación, no se pudo determinar si en ella se tienen en cuenta los distintos niveles de comprensión y competencia por parte del estudiante, al igual que si los resultados de esta evaluación se usan para tomar decisiones.

**Faceta afectiva.** (Porcentaje de logro para los dos docentes: 66.6 %). Aunque en la clase se propone la resolución de problemas, no se tuvieron en cuenta situaciones de contexto que permitieran vislumbrar la utilidad de la matemática en la vida cotidiana y profesional. No se promovió la participación en actividades, la perseverancia, responsabilidad, entre otros.

**Faceta interaccional.** (Porcentaje de logro: Fernando 15.7 % y Juan 29.1 %). No hubo observación sistemática del progreso del estudiante. Toda la responsabilidad de la clase la asumió el docente, por lo tanto, no se detectaron momentos de autonomía del estudiante, el cual tuvo poca participación, lo que no facilitó la comunicación en el aula. No hubo variedad de recursos argumentativos y retóricos, no se les dio mucha importancia a los argumentos de los estudiantes, por lo cual no se llegó a consensos, sino que primó la posición del profesor. No se plantearon situaciones para solucionar conflictos de los estudiantes.

**Faceta mediacional.** (Porcentaje de logro: Fernando 49.95 % y Juan 72.15 %). No se utilizaron materiales manipulativos para facilitar el aprendizaje de los conceptos de la clase. No se usaron formas para contextualizar las definiciones y propiedades de la clase. El tiempo no fue adecuado para el tema, pues esta era muy extenso; no se le dedicó tiempo especial a alguno de los contenidos por considerarlos más importantes o de más difícil comprensión.

**Faceta ecológica.** (Porcentaje de logro: Fernando 60 % y Juan 65 %). No se presentan aspectos que tengan que ver con la innovación, producto de la investigación y la práctica reflexiva. No se vio de forma explícita que los profesores hicieran énfasis en la formación en valores democráticos y el desarrollo del espíritu crítico de los estudiantes. No hay integración de nuevas tecnologías en el proyecto educativo.

Respecto a la comunicación, dado que las clases se basaban fundamentalmente en la pretendida transmisión de contenidos, el protagonismo lo tuvo el docente, quien proponía las tareas y, la mayoría de las veces, también las realizaba. Se considera que el modelo explicativo predominó en las clases de los profesores, esto es, un modelo lineal o matemático<sup>505</sup>. Las clases también tienen parte del modelo sistémico en lo referente a la retroalimentación<sup>506</sup>, puesto que siempre se hacían varios ejercicios o problemas con el mismo patrón, buscando que los estudiantes mecanizaran el tema que se trabajaba. Igualmente, se mostró que en estas clases se manejaban algunas normas que permitían su ejecución usual en cuanto a regulación se refiere, por lo cual se debía tener en cuenta también el modelo orquestal<sup>507</sup>.

Por la participación, la comunicación fue unilateral, ya que se dio en una dirección; colectiva y abierta, pues el docente se dirige a un público que son los estudiantes; lingüística, porque el medio natural de comunicación es el lenguaje con apoyo de códigos paralingüísticos; también es extralingüística, puesto que se emplean códigos distintos a la lengua natural, como la simbología matemática; es formal, pues se sujeta a un patrón de clase definido: el tradicional. En cuanto al canal, la comunicación es

.....  
505 Shanon y Weaver, *The Mathematical Theory of Communication*.

506 Von Bertalanffy, "An outline of General System Theory".

507 Marc y Picard, *La interacción social*.

audiovisual y directa; vertical, porque se da de docente a estudiante, con poca participación del estudiante<sup>508</sup>.

En estas clases se utilizaron especialmente los símbolos y en menor escala los íconos<sup>509</sup>. Los símbolos se manejaron en relación con otros símbolos y ubicados en un contexto; el profesor siempre intentó utilizarlos con significado<sup>510</sup>. Igualmente, se usaron los códigos lingüísticos, como el discurso del docente; los paralingüísticos como sustitutos del lenguaje y los extralingüísticos lógicos y sociales<sup>511</sup>.

En esta primera fase se consideró la comunicación como medio para percibir el avance o las dificultades de los estudiantes y como medio de control<sup>512</sup>. El profesor utilizó la comunicación para evitar la indisciplina de sus estudiantes y para facilitar el aprendizaje de los conceptos matemáticos de los mismos. De acuerdo con el contrato didáctico<sup>513</sup>, en las clases se pudieron identificar algunas normas, como las siguientes: el profesor es quien propone los ejercicios y utiliza el tablero; el profesor debe resolver los problemas que propone; el profesor es quien explica cómo se soluciona un determinado tipo de problema; el estudiante debe contestar las preguntas cortas del profesor; el profesor es quien decide qué se trabaja en la clase, en este caso el que propone el problema por solucionar; todos deben comenzar a trabajar al tiempo. Como estos casos hay varios dentro de las sesiones de clase y se encuentran en su respectivo análisis.

En las clases se analizaron las configuraciones didácticas<sup>514</sup> con las interacciones y, de acuerdo con ellas, a qué modo de comunicación se aproximaban los docentes<sup>515</sup>. Se pudo deducir que la comunicación típica de

.....  
508 Niño, *Los procesos de la comunicación y del lenguaje*.

509 Peirce, *La ciencia de la semiótica*.

510 Saussure, *Cours de linguistique générale*.

511 Guiraud, *La semiología*, 133.

512 João Pedro da Ponte et al. "A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática".

513 Brousseau, "Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques".

514 Font, Planas y Godino, "Modelo para el análisis didáctico en educación matemática".

515 Brendefur y Frykholm, "Promoting mathematical communication in the classroom".

ellos fue la unidireccional, ya que todas las configuraciones de Fernando y casi todas las de Juan (excepto dos) corresponden a este modo de comunicación. Las interacciones planteadas fueron de la actuación del docente, con muy pocas participaciones del estudiante y, en tal caso, de forma corta; lo anterior se comprueba con el hecho de que el promedio de participación del estudiante en la clase es muy bajo (13.49 % en la clase de Fernando y 35.76 % en la de Juan).

Al finalizar la investigación se *caracterizó la resignificación de las prácticas docentes de los profesores participantes en el grupo colaborativo, mediante el estudio de su participación en el grupo y el análisis didáctico de clases posteriores*. A continuación, se hará un análisis por cada una de las categorías, teniendo en cuenta las clases después de que el docente participó en el grupo de trabajo colaborativo (segunda fase), con el fin de identificar factores que fueron resignificados por el profesor con respecto a sus prácticas en la clase de matemáticas. En primer lugar, se hace referencia al análisis didáctico de clases.

El docente Juan mejoró en todas las idoneidades, las más bajas son la cognitiva, interaccional y mediacional, pero no en un nivel crítico, ya que las tres están valoradas con 75 %. En cuanto al docente Fernando, la idoneidad más baja es la epistémica, seguida por la mediacional, con 70 % y 72 % respectivamente. Se resalta que para los dos docentes se presenta resignificación en todas las idoneidades; especialmente hay que destacar que la idoneidad interaccional dejó de ser punto crítico.

A continuación, se presenta el análisis por idoneidad.

***Idoneidad epistémica.*** En cuanto a las situaciones-problema, los profesores propusieron situaciones de ejercitación y aplicación de conceptos; aunque se plantearon problemas, ellos no permitieron la generación de estos por parte de los estudiantes. Por otra parte, no es usual el uso del contexto en la problematización ni abordar los diferentes significados de los conceptos. Lo anterior se presentó en las dos fases, razón por lo cual quedan como criterios por desarrollar. En los lenguajes, los docentes poseen fortalezas en la adecuación del lenguaje en el nivel universitario y en el uso de diferentes modos de expresión, lograron resignificar lo pertinente a plantear actividades de interpretación y expresión matemática. En las reglas, se hizo un buen planteamiento de definiciones y procedi-

mientos, adaptándolos al nivel universitario; se propusieron situaciones de generación y negociación de conceptos, aspecto que se logró resignificar. En los argumentos se perfeccionó, por cuanto el profesor propuso situaciones donde el alumno tenía que argumentar, como en el trabajo en grupo y la socialización. En lo relativo a las relaciones, quedó como aspecto por mejorar el abordar los distintos significados de los objetos matemáticos, a pesar de que se establecieron relaciones entre ellos.

***Idoneidad cognitiva.*** En cuanto a los conocimientos previos, este factor se considera una fortaleza de los docentes, pues se preocuparon por que los contenidos pretendidos se pudieran alcanzar y que los estudiantes contaran con las bases adecuadas para afrontarlos. En las adaptaciones curriculares a las diferencias individuales, los docentes procuraron el logro de todos los estudiantes e incluyeron actividades de ampliación; en síntesis, es una fortaleza. En lo referente al aprendizaje, los docentes no realizaron evaluaciones explícitas, por lo cual no se pudieron identificar los procesos pertinentes a ello, sin embargo, se resignificó el planteamiento de situaciones que permitieron un desarrollo de las competencias comunicativas y argumentativas.

***Idoneidad afectiva.*** Intereses y necesidades es un factor que tienen que mejorar los docentes, pues, aunque se propusieron tareas que tenían interés para los alumnos, estas no mostraron la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana. En las actitudes, se respetó el proceso de argumentación independiente de la persona; adicionalmente, se dio buena participación al estudiante para facilitar la generación de valores, aspecto que fue resignificado. El factor emociones es una fortaleza para Juan, pero no para Fernando, porque aunque Fernando motivó a los estudiantes promoviendo el agrado por las matemáticas y fomentando su autoestima, no resaltó las cualidades estéticas y la precisión de las matemáticas, lo cual quedó como aspecto por mejorar.

***Idoneidad interaccional.*** En lo referente a la interacción docente-discendente, en las clases de los dos docentes se permitió la participación de los estudiantes en búsqueda de consenso, criterio que se resignificó. En las aulas de Juan se utilizaron diversos recursos retóricos, lo cual no se vio en las de Fernando; por ello, para el primero, este aspecto es una fortaleza, mientras que para Fernando está por mejorar. En lo referente a la

interacción entre alumnos, en las clases de los dos docentes se evitó la exclusión y se dio participación a los estudiantes, favoreciendo el diálogo y la comunicación entre ellos, lo cual significa que esto fue resignificado. En la autonomía, los profesores hicieron la clase participativa, dieron la oportunidad a los estudiantes para que asumieran la responsabilidad de la clase realizando actividades como plantear cuestiones y presentar soluciones, explorar ejemplos y contraejemplos para investigar y conjeturar, y usaran una variedad de herramientas para razonar, hacer conexiones, resolver problemas y comunicarlos. Se resignificó el proceso comunicativo en general y en particular los procesos matemáticos que de ello se derivan.

***Idoneidad mediacional.*** Se resignificó el criterio de utilizar materiales manipulativos que permitieran analizar los objetos matemáticos. El tiempo es uno de los problemas de los docentes, debido a que escogen una temática demasiado ambiciosa, por lo cual el tiempo no es suficiente para la enseñanza pretendida.

***Idoneidad ecológica.*** Los contenidos, su implementación y evaluación son coherentes con las directrices curriculares, contribuyen a la formación socioprofesional de los estudiantes y se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinarios; los criterios anteriores son fortalezas de los docentes. Se planteó una metodología innovadora, que utilizó material manipulativo, lo cual fue resignificado. En la clase de Fernando se promovió la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico, aspecto que se resignificó en la clase de Juan.

Se presentan ahora las conclusiones de los patrones de interacción comunicativa.

Para Juan, sus clases en la segunda fase fueron de 5 y 6 configuraciones didácticas respectivamente, lo cual es ya buen indicativo para una clase de calidad; sin embargo, el tiempo programado no fue adecuado, por lo tanto, quedaron algunas actividades pendientes para sesiones futuras. En cuanto a Fernando, las dos últimas clases del docente se distribuyeron en 8 configuraciones didácticas, sigue mostrando su tendencia a realizar un desarrollo temático demasiado ambicioso, pues son muchas tareas para una sesión de clase.

De las clases de Fernando, el 31 % de las configuraciones fueron consideradas de tipo magistral, las restantes dialógicas; de las clases de Juan, todas las configuraciones fueron consideradas dialógicas<sup>516</sup>. Se infiere que se trata de una clase participativa, en la que se privilegia el diálogo y el consenso, lo cual implica un aula de tipo no tradicional-tecnológica, es decir, se resignificó el tipo de clase de los docentes, al igual que los patrones de interacción comunicativa.

Se determinó una identificación amplia de los patrones de interacción comunicativa de los docentes Fernando y Juan en su segunda etapa. Lo anterior también plantea una primera aproximación para identificar una clase no tradicional-tecnológica con base en sus patrones de interacción.

Se establecieron como acciones de interacción comunicativa clásicas de los docentes después de participar en el grupo de trabajo colaborativo, las siguientes: opinión del estudiante respecto de un tema matemático (o), pregunta corta del estudiante a sus compañeros (pcc), respuesta del estudiante, individual y corta (ric), aclaración no temática del estudiante (ant), pregunta corta del profesor dirigida a todo el grupo (Pc) y lectura de un texto, taller o guía por el estudiante (l). Se observa que todas las interacciones corresponden a acciones del estudiante, excepto la pregunta corta del profesor dirigida a todo el grupo, que se presentó en la etapa de socialización, lo cual implica que el eje de la clase es el estudiante y la clase es no tradicional-tecnológica. Se destaca que existe una resignificación de los patrones de interacción utilizados en las dos fases, pues, mientras que en la primera estaban centrados en el docente, en la segunda están centrados en el estudiante, que fue el resultado de la reflexión de los docentes sobre sus prácticas. Lo anterior se confirma con el contraste de patrones de interacción de otros autores, los cuales se evidenciaron en la segunda fase: patrón de discusión<sup>517</sup>, de focalización<sup>518</sup>, dialógico<sup>519</sup>,

.....  
516 Godino, Contreras y Font, "Análisis de procesos de instrucción".

517 Voigt, "Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms".

518 Wood, "Alternative patterns of communication". Wood, "An emerging practice of teaching".

519 Peressini y Knuth, "Why are you talking when you could be listening?"

contributivo y reflexivo<sup>520</sup>, discusión natural<sup>521</sup>, diálogo crítico<sup>522</sup> y patrón interrogativo<sup>523</sup>; todos los patrones anteriores están centrados en la actuación del estudiante.

El promedio de participación de los estudiantes en las clases fue alto (81.7 % en las de Juan, 81.4 % en las de Fernando), se destaca el protagonismo del estudiante en el desarrollo de estas; es decir, se trata de un aula donde en algunos momentos asume el control de la clase<sup>524</sup>, lo cual es propio de una metodología no tradicional-tecnológica. Lo anterior implica que también se presentó una resignificación en cuanto a la participación del estudiante dentro de la clase.

Enseguida, se presentan específicamente las conclusiones sobre la comunicación.

Las clases de los profesores en la segunda fase se caracterizaron inicialmente por el trabajo en pequeños grupos, buscando facilitar la confrontación de saberes, los cuales fueron socializados en el gran grupo en la parte final. También es de destacar que existieron acciones y retroacciones al presentarse las interacciones entre los estudiantes; igualmente se destacaron normas de clase, que permitieron su desarrollo. Por lo anterior, se considera que se trabajó con el modelo orquestal de comunicación y que se aplicaron los tres principios característicos de este modelo: el principio de la totalidad, el principio de la causalidad circular y el principio de regulación<sup>525</sup>.

Como se puede observar, los profesores pasaron de un modelo explicativo de la comunicación básicamente lineal, con pocas componentes de los modelos sistémico y orquestal, a un modelo explicativo orquestal, lo que significa que hay una mejora sustancial en la comunicación de sus clases.

.....  
520 Brendefur y Frykholm, "Promoting mathematical communication in the classroom".

521 Loska, "Teaching without instruction".

522 Schwarz et al., "Teacher guidance of knowledge construction".

523 Sierpinska y Lerman, "Epistemology of mathematics and of mathematics education".

524 Woods, *Investigar a arte de ensinar*.

525 Marc y Picard, *La interacción social*.

La segunda fase coincide con la primera en que la comunicación es colectiva y pública, es lingüística con códigos paralingüísticos y también es extralingüística. Es informal en el trabajo de grupos y formal en la socialización. Es audiovisual y directa. Sin embargo, difiere en cuanto a la participación; la comunicación es recíproca, se presentan cambios de roles; es interpersonal, pues hay permanente interrelación entre los estudiantes; es básicamente horizontal, ya que priman las interacciones entre ellos<sup>526</sup>. En estas clases hubo una buena interacción entre el profesor y el alumno, y especialmente entre los alumnos. En este punto vale anotar que el conocimiento matemático surge de la confrontación de criterios. En este sentido también se mejora la comunicación.

Para las clases se consideró la comunicación como medio para percibir el avance o las dificultades de los estudiantes<sup>527</sup>. Igualmente, se tuvieron en cuenta normas que facilitaron el desarrollo de las aulas, pero se observó un cambio, pues al comienzo se tenían normas que se centraban básicamente en el docente y posteriormente se pasó a unas que tenían que ver con la relación docente-estudiante y estudiante-estudiante. En cuanto a los modos de comunicación, el tipo de comunicación de la clase del profesor Fernando es reflexivo, ya que el 68.75 % de las interacciones son reflexivas y el resto unidireccionales; para Juan, todas las interacciones son reflexivas<sup>528</sup>, o sea, que estas clases son dialógicas<sup>529</sup>, lo cual implica un aula que tiene como eje al estudiante, esto es, no tradicional-tecnológica<sup>530</sup>. Los docentes pasaron de un modo de comunicación unidireccional a uno reflexivo; en otras palabras, pasaron de un tipo de clase magistral a dialógico<sup>531</sup> y mejoraron su modo de comunicación y su tipología de clase.

.....  
526 Niño, *Los procesos de la comunicación y del lenguaje*.

527 João Pedro da Ponte et al. "A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática".

528 Brendefur y Frykholm, "Promoting mathematical communication in the classroom".

529 Godino, Contreras y Font, "Análisis de procesos de instrucción".

530 Porlán, *Constructivismo y escuela*.

531 Godino, Contreras y Font, "Análisis de procesos de instrucción".