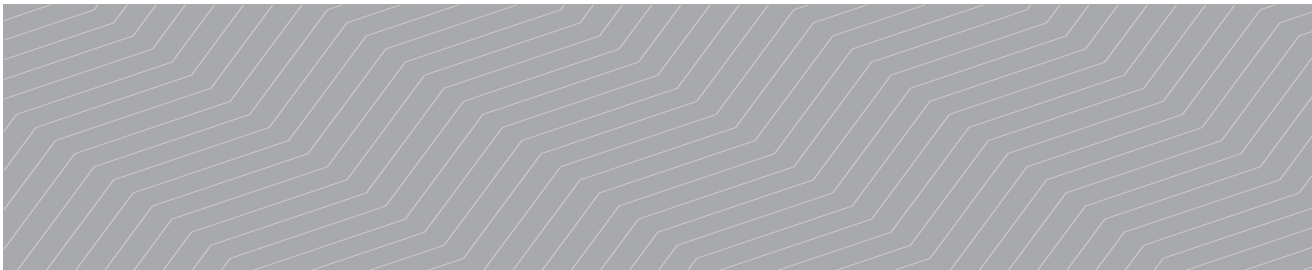




CAPÍTULO 4.

LAS INTERACCIONES EN EL AULA DE MATEMÁTICAS



Este capítulo tiene dos partes. La primera parte se divide en cuatro secciones. En la primera sección se examina la interacción de forma general y como corriente pedagógica, su adaptación a la educación matemática y la caracterización del interaccionismo dentro de la educación matemática. En la segunda sección se estudian los patrones de interacción y comunicación con base en el concepto de patrón de interacción; se presenta la clasificación de autores como Voigt, Wood, Peressini y Knuth, Brendefur y Frykholm, Loska, Mercer, Sierpínska, Villalta y Martinic, y Alrø y Skovsmose, así como la clasificación propuesta por Schwarz, Dreyfus, Hadas y Hershkowitz. En la tercera sección se trata la interacción en la que la intervención del profesor es discreta. En la última sección se estudia la relación entre la teoría de las situaciones y el interaccionismo simbólico, y se abordan aspectos como el contrato didáctico, el efecto Topaze y el efecto Jourdain.

En la segunda parte se analizan tanto las interacciones del docente Fernando como las del docente Juan. En ambos casos se examinan las interacciones de dos clases consideradas en la primera fase –las cuales se dictaron al iniciar el estudio–, y luego dos clases de la fase dos, en las que se toman en cuenta las interacciones de los docentes después de haber participado en el grupo de trabajo colaborativo.

Para comenzar, es importante aclarar que la interacción se considera la dinámica del proceso comunicativo y es muy importante en el estudio de la comunicación en el aula, como lo destacan algunas investigaciones¹³⁴.

.....
134 Jonathan Brendefur y Jeffrey Frykholm, “Promoting mathematical communication in the classroom”; Paul Cobb, “Mathematical Learning and Small-Group Interaction: Four Case Studies”, en *The Emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures*, editado por P. Cobb y H. Bauersfeld (Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, 1995), 25-129; Jorg Voigt, “Thematic Patterns of Interaction and Sociomathematical Norms”,

Dado que los procesos de interacción escolar se generan en ambientes socioculturales, Coll *et al.*¹³⁵ definen la interactividad como “la articulación de las actuaciones del profesor y los alumnos en torno a una tarea y un contenido determinados de enseñanza y aprendizaje”, en donde el conocimiento emerge del propio proceso de interacción. Cabe resaltar que la construcción de este está estrechamente relacionada con el contexto en que se adquiere.

El interaccionismo como corriente pedagógica, a diferencia del constructivismo piagetano y el de Vygotsky, sí fue generado pensando en la educación, pero no de manera particular a la matemática, por ello se abordará a continuación esta especificidad.

4.1 Adaptaciones del interaccionismo simbólico a la educación matemática

Una parte importante de la investigación en educación matemática se dedica a las relaciones entre profesor, estudiante y la tarea matemática en las clases de matemáticas, a fin de responder preguntas sobre la forma de compartir significados matemáticos sin que la continuidad de la clase se pierda y sobre la comprensión del estudiante respecto de las intervenciones del profesor¹³⁶.

en *The Emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures*, editado por P. Cobb y H. Bauersfeld (Hillsdale: Lawrence Erlbaum, 1995), 163-202; Terry Wood, “An Emerging Practice of Teaching”, en *The Emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures*, editado por P. Cobb y H. Bauersfeld (Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, 1995), 203-22; Terry Wood, “Alternative Patterns of Communication in Mathematics Classes: Funneling or Focusing?”, en *Language and Communication in Mathematics Classroom*, editado por H. Steinbring, M. G. Bartolini-Bussi y A. Sierpiska (Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 1998), 167-177; Alfonso Jiménez, “Interaccionismo renovado en la clase de matemáticas”, (ponencia en XII Encuentro Colombiano de Matemática Educativa, Armenia, 2011).

135 César Coll, Javier Onrubia y Teresa Mauri, “Ayudar a aprender en contextos educativos: el ejercicio de la influencia educativa y el análisis de la enseñanza”. *Revista de Educación*, n.º 346 (2008): 33-70.

136 Juan Godino y Salvador Llinares, “El interaccionismo simbólico en educación matemática”. *Revista Educación Matemática* 12, n.º 1 (2000): 70-92.

Para contestar estos interrogantes, Godino *et al.*¹³⁷ consideran necesario utilizar constructos teóricos procedentes de otras áreas como la etnometodología, el interaccionismo social y el análisis del discurso, pero haciéndoles algunas adecuaciones, ya que estas disciplinas no están interesadas en aspectos relacionados con enseñanza y aprendizaje de contenidos curriculares y menos con los de educación matemática. Esta perspectiva se basa en que la práctica en el aula de matemáticas es vista como un proceso orientado por reglas y convenios emergentes de la misma disciplina matemática y de la práctica, donde las dimensiones culturales y sociales son parte del aprendizaje matemático.

Según Sierpinska y Lerman¹³⁸, el interaccionismo es una de las corrientes del desarrollo intelectual con una perspectiva sociocultural sobre las fuentes y el crecimiento del conocimiento, que tiene como objetivo de estudio las interacciones entre individuos dentro de una cultura.

De acuerdo con lo anterior, los fundamentos del interaccionismo se pueden sintetizar en la cultura del aula que está constituida por la interacción entre profesores y estudiantes; las reglas y convenios que emergen interactivamente, tanto los referentes a la disciplina como los de índole social; y la comunicación, la cual surge de la búsqueda de consensos y los significados compartidos.

El interaccionismo simbólico se ubica entre las perspectivas individualista y colectivista¹³⁹. La individualista —cuyo representante es Piaget— proviene de la psicología cognitiva, en la que el sujeto construye su conocimiento matemático. En la perspectiva colectivista, relacionada con Vygotsky, el sujeto se vuelve objeto de prácticas culturales y el conocimiento matemático que se da es interiorizado. De esta manera, el interaccionismo simbólico toma en cuenta tanto los procesos individuales como los sociales a través de la negociación de las normas de aula, las cuales pueden ser de carácter general o específico de la matemática.

.....
137 *Ibid.*

138 Anna Sierpinska y Stephen Lerman, “Epistemology of Mathematics and of Mathematics Education”, en *International Handbook of Mathematics Education*, editado por A. J. Bishop et al. (Dordrecht: Kluwer, Academic Publ., 1996), 827-876.

139 Heinrich Bauersfeld, “Theoretical Perspectives on Interaction in the Mathematics Classroom”, en *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*, editado por R. Biehler et al. (Dordrecht: Kluwer Academic Pb, 1994), 133-146.

4.2 Caracterización del interaccionismo simbólico y la educación matemática

El interaccionismo simbólico¹⁴⁰ dentro de la educación matemática puede ser caracterizado de acuerdo con su expresión acerca del significado, del conocimiento matemático, de las formas de conocer, del lenguaje, el aprendizaje y la enseñanza, los cuales se tratan a continuación:

4.2.1 Significado. El desarrollo del significado se da en la interacción e interpretación entre los miembros de una cultura, ya que el ser humano se relaciona con lo que lo rodea, de acuerdo con lo que este entorno significa para él. Este significado surge de la interacción social que cada sujeto tiene con el otro, y se modifica mediante el proceso interpretativo que realiza cada individuo cuando se relaciona con su contexto¹⁴¹. Para ese proceso de interpretación es fundamental tener en cuenta las intenciones de los participantes, puesto que el significado está en el uso de las palabras, frases, signos y símbolos más que en sí mismos, de ahí la importancia que se le otorga al lenguaje.

4.2.2 Conocimiento matemático. La perspectiva interaccionista le otorga al conocimiento un carácter discursivo. La matemática es una forma particular de discurso, entendido este como el uso del lenguaje como medio para lograr unos fines cognitivos, sociales y otros. Respecto a las matemáticas, Godino *et al.*¹⁴² las consideran como una forma de ver el mundo y de pensar sobre él; la clase de conocimiento matemático que los estudiantes desarrollan depende del tipo de comunicación que se establezca, de ahí la importancia de esta en el proceso educativo, donde se privilegia una práctica basada en convenciones sociales más que en verdades universales.

4.2.3 Lenguaje. Aunque el lenguaje del interaccionismo simbólico se distingue del utilizado en el constructivismo piagetiano y en la perspectiva de Vigotsky, comparte el sentido de que el lenguaje no es una

.....
140 Juan Godino y Salvador Llinares, “El interaccionismo simbólico en educación matemática”.

141 *Ibid.*

142 *Ibid.*

representación del mundo, sino un medio de comunicación que podría ser reemplazado por algún otro. Esto implica que en el interaccionismo simbólico dentro de la clase hay que hacer negociación continua de significados, para poder realizar una buena adaptación a los significados institucionales del contenido y aumentar la reflexión sobre los procesos constructivos personales¹⁴³. También es importante explicitar que el lenguaje puede ser expresado en forma oral, escrita o gestual, y representado por términos, expresiones, notaciones y gráficos, como lo manifiestan Godino¹⁴⁴ y D' amore, Font y Godino¹⁴⁵.

4.2.4 Aprendizaje. Para el interaccionismo, el aprendizaje comprende dos aspectos: un proceso de adaptación interactiva por medio de la participación activa en dicha cultura, y un proceso personal de formación. En la clase de matemáticas, la construcción personal de los significados se realiza en la interacción con la cultura de la clase, y el estudiante contribuye a su vez con la formación de esa cultura; es decir, que el aprendizaje no se entiende como un compromiso individual en el que la mente de la persona trata de adaptarse a un entorno ni tampoco es una enculturación a una cultura ya organizada¹⁴⁶. Es bueno resaltar la particularización tanto de la cultura como del grupo que la construye, lo que constituye una práctica matemática diferente; es decir, “la práctica matemática en el aula es un proceso de matematización compartido que define una ‘subcultura’ específica para ese profesor, esos alumnos y esa aula”¹⁴⁷.

4.2.5 Enseñanza. El profesor debe procurar organizar un ambiente interactivo y reflexivo con sus estudiantes, proponiendo secuencias realizables de actividades y construyendo de esta manera la cultura de la clase, más que transmitir o redescubrir un conocimiento dado de antemano. Para poder llegar a la construcción subjetiva y a las adaptaciones viables, el grupo requiere de la oportunidad para entablar discusiones y

.....
143 *Ibid.*

144 *Ibid.*

145 D' amore, Font y Godino, “La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática”.

146 Godino y Llinares, “El interaccionismo simbólico en educación matemática”.

147 Bauersfeld, “Theoretical Perspectives on Interaction in the Mathematics Classroom”, 133-146.

negociación de significados. El uso de los medios educativos depende de las convenciones sociales compartidas. El estudiante alcanza su conocimiento matemático básicamente por su participación en las prácticas sociales del aula.

En este apartado se ha realizado la caracterización del interaccionismo simbólico y su relación con la educación matemática, pero dada la diversidad de culturas que se pueden generar producto de las diversas clases, es adecuado tratar de identificar regularidades que permitan comprender las interacciones en distintos contextos. Dichos patrones se estudiarán a continuación.

4.3 Los patrones de interacción y comunicación

Se puede asumir el patrón de interacción como aquellas regularidades que son interactivamente constituidas por el profesor y los estudiantes, y que tienen como objetivo llegar a significados compartidos obtenidos a través de negociación¹⁴⁸. Según Voigt¹⁴⁹, dada la ambigüedad y diferentes interpretaciones que se pueden presentar en la clase de matemáticas, la negociación de significados es muy frágil.

Para Wood¹⁵⁰, un observador puede caracterizar los patrones de interacción y comunicación que se revelan en la clase de matemáticas, pues se identifican las distintas visiones sobre enseñanza y aprendizaje que son defendidas por los participantes; estos patrones son construidos durante las primeras clases mediante la negociación explícita o implícita de normas que van a regular las acciones de la clase y describen una forma de comunicación, permiten identificar el rol del docente, del estudiante y el de las actividades matemáticas que se realizan en el aula.

.....
148 Godino y Llinares, “El interaccionismo simbólico en educación matemática”; Voigt, “Thematic Patterns of Interaction and Sociomathematical Norms”, 163-202; Wood, “An Emerging Practice of Teaching”.

149 Voigt, “Thematic Patterns of Interaction and Sociomathematical Norms”.

150 Wood, “Alternative Patterns of Communication in Mathematics Classes”.

Se pueden tomar diferentes enfoques para caracterizar las interacciones en el aula, por ello surge de forma natural analizar la relación entre los intervinientes en este proceso, es decir, interacción profesor-alumno, profesor-grupo, profesor-clase, alumno-alumno, alumno-grupo, alumno-clase, grupo-clase, teniendo en cuenta que son relaciones simétricas.

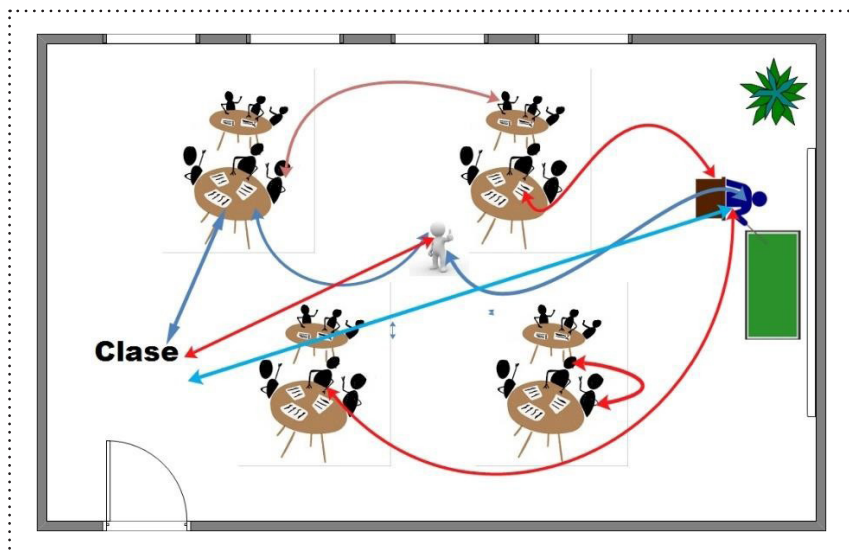


Figura 3. Interacciones en el aula de clase.

Fuente: elaboración propia.

En este estudio se parte del supuesto de que la mayor parte de las actividades que se ejecutan en el aula de matemáticas son definidas por el profesor, destacando que la tipificación de las interacciones en la clase básicamente está de acuerdo con la posición asumida por él. Por lo anterior, se identifican interacciones en que el docente asume claramente un rol estructurante (la conducción de un diálogo por turnos, por ejemplo) y, por otro lado, las interacciones donde el profesor asume un papel referencial (la asesoría eventual a los estudiantes que desarrollan una tarea en grupo).

La interacción en que el profesor es estructurante es muy común en las prácticas escolares y valorada por la enseñanza tradicional.

Generalmente, el docente tiende a seguir un patrón de estructura jerárquica¹⁵¹. Por ejemplo, Lampert y Cobb¹⁵² se refieren a un patrón de interacción cíclico, en el cual el profesor expone los procedimientos, luego plantea preguntas o problemas generalmente extraídos del texto guía, recibe las respuestas de los estudiantes, evalúa y continúa el proceso de la clase.

Como este caso surgen otros más, como el propuesto por Lemke¹⁵³, al que denominó diálogo triádico o secuencia triádica, en el que la intervención del alumno está entre dos intervenciones del profesor. Esta secuencia tiene la siguiente estructura: Iniciación (I), Respuesta (R), Evaluación (E), la cual, según el autor, tiene una mayor potencialidad en la medida en que no enfatiza solo en la evaluación ni en el mismo *feedback*, sino que tiene algo adicional y es que reta a los estudiantes para que continúen con su raciocinio, justificación o argumentación. También, la secuencia triádica puede ser tomada como forma de orientar los aprendizajes, conducir el conocimiento y la comprensión de los alumnos permitiendo al profesor “mantener el control del discurso y también controlar o ignorar determinadas respuestas”¹⁵⁴. Existe la creencia por parte de los profesores de que por medio de la secuencia triádica pueden involucrar un mayor número de alumnos¹⁵⁵; a pesar de esta participación, los estudiantes se limitan a respuestas muy cortas y a solicitud del profesor, lo que se traduce en una participación alta, pero de baja calidad. En la secuencia triádica los momentos de iniciación y conclusión generalmente son desarrollados por el docente.

.....
151 Luis Menezes, “Concepções e práticas de professores de matemática: Contributos para o estudo da pergunta” (tesis de Mestría, Universidade de Lisboa, 1995).

152 Magdalene Lampert y Paul Cobb, “Communication and Language”, en *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics*, J. Kilpatrick, W. G. Martin y D. Shifter (Reston: NCTM, 2003), 237-249.

153 Jay L. Lemke, *Talking Science: Language, Learning, and Values* (Norwood: Ablex, 1990).

154 David Pimm, *Speaking Mathematically: Communication in Mathematics Classrooms* (London: Routledge, 1987).

155 Jay L. Lemke, *Talking science*.

Lo anterior lleva a resaltar la existencia de una autoridad en el aula¹⁵⁶, es el profesor quien controla las actividades, hecho que genera una relación asimétrica entre alumnos y profesor. A este tipo de aula los autores mencionados atribuyen el nombre de aula absolutista, en donde se parte del principio de que existe una verdad absoluta que el profesor debe repetir y transmitir, corrigiendo los errores de los alumnos y orientándolos por los mejores caminos.

Otra forma habitual en el aula es la organización en tres fases: introducción, trabajo y conclusión-revisión¹⁵⁷. En la fase inicial se nota claramente el control del profesor apelando para ello a la secuencia triádica. Cuando los alumnos son incentivados a plantear preguntas, estos pueden progresivamente asumir algún control¹⁵⁸. Las preguntas formuladas por los alumnos generalmente están en la fase de trabajo y orientadas a resolver sus dudas; el hecho de que determinadas preguntas, si se hacen en la primera fase, pueden interrumpir la continuidad de la clase, aunque no es una norma explícita, sí está inserta en la cultura de una buena parte de las clases de matemáticas¹⁵⁹. Los alumnos que vivencian una clase con esta estructura reconocen la autoridad del profesor especialmente en las fases de introducción y conclusión, ya que en la fase intermedia generalmente están presentes otras autoridades como la del texto, la de compañeros con mejor desempeño reconocido por el grupo y por el profesor¹⁶⁰.

Las interacciones profesor-alumno-clase pueden variar de acuerdo con el aula. Por ejemplo, el profesor asume el papel de orientador y no de controlador en el aula, no se limita a la exposición de la materia y a la solución de ejercicios, lo que implica dar respuesta a preguntas abiertas y

.....
156 Alro y Skovsmose, *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique* (Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002).

157 Hugh Mehan, "The Structure of Classroom Events and Their Consequences for Student Performance", en *Children in and out of School: Ethnography and Education*, editado por P. Gilmore y A. Glatthorn (Washington, DC: Center for Applied Linguistics, 1982), 59-87.

158 Peter Woods, *Investigar a arte de ensinar* (Porto: Porto Editora, 1999).

159 Lemke, *Talking Science: Language, Learning, and Values*.

160 Alro y Skovsmose, *Dialogue and Learning in Mathematics Education*.

exploración de situaciones¹⁶¹. Las preguntas formuladas por el profesor toman importancia relevante, ya que bien orientadas pueden desarrollar capacidades de comunicación y raciocinio¹⁶²; el modo y el momento en que se plantea la pregunta es importante, por ejemplo, si el profesor la formula al inicio de una interacción estaría condicionando las acciones siguientes.

La investigación en educación matemática identifica varios patrones de interacción, propuestos por distintos autores, como los siguientes:

Voigt¹⁶³ propone el patrón de elicitación o extracción y el patrón de discusión. En el **patrón de extracción**, Voigt plantea la combinación de dos afirmaciones aparentemente contradictorias. La extracción de un cuerpo bien definido de conocimientos matemáticos es yuxtapuesta a la propuesta de un aula de clase liberal y centrada en el estudiante. En este patrón el autor distingue tres fases:

- El profesor propone una tarea ambigua y los alumnos presentan diversas respuestas y soluciones que el profesor evalúa.
- Si las soluciones de los alumnos son muy divergentes, el profesor los guía hacia la respuesta a través de la formulación de pequeñas preguntas y extrayendo trozos de conocimiento. Voigt¹⁶⁴ plantea que este patrón se asimila con el “catecismo socrático”, en el que los pequeños pedazos de conocimiento son asociados a pequeños avances en razonamiento.
- El profesor y los alumnos reflexionan y evalúan sobre el resultado obtenido.

Este patrón generalmente se relaciona con clases tradicionales, pero sin incluir el tercer punto.

.....
161 João Pedro da Ponte, Hélia Oliveira, María Helena Cunha e Irene Segurado *Histórias de investigações matemáticas* (Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998).

162 Luis Menezes, “Concepções e práticas de professores de matemática: Contributos para o estudo da pergunta” (tesis de Mestría, Universidade de Lisboa, 1995).

163 Voigt, “Thematic Patterns of Interaction and Sociomathematical Norms”, 163-202.

164 *Ibid.*, 163-202.

El patrón de discusión. Voigt¹⁶⁵ lo organiza de la siguiente manera:

- Los alumnos solucionan el problema propuesto por el profesor en pequeños grupos de trabajo.
- Los estudiantes presentan la solución y explican su proceso de resolución a toda la clase sin que el profesor haya tenido la preocupación de saber con anticipación el resultado al que el estudiante llegará.
- El profesor por medio de preguntas va clarificando partes de la explicación de los estudiantes, de tal manera que lentamente vaya emergiendo una solución que sea aceptada por todos.
- El profesor pregunta a otros estudiantes por distintas formas de solución y el proceso se reinicia.

Voigt¹⁶⁶ afirma que el profesor, cuando obtiene divergencia en las soluciones presentadas por los estudiantes, aplica automáticamente el patrón de extracción. A continuación, se presentan algunas diferencias entre los dos patrones propuestos por Voigt.

Tabla 2. Patrones de extracción y discusión

Patrón		
	Extracción	Discusión
Solución	Solucionar la tarea es el principal objetivo.	Solucionar la tarea es el inicio para un proceso de explicación.
Participación	En la participación, los alumnos tienen que seguir el proceso que el profesor enseñó.	En la participación, los alumnos pueden dar sus argumentos y contribuciones originales.
Competencias de los alumnos	Las competencias de los alumnos son implícitas u ocultas.	Las competencias de los alumnos son públicas.
Autonomía	La autonomía es nula, debe repetir los mismos pasos del profesor.	La autonomía es total, los estudiantes pueden aprender cómo argumentar matemáticamente.

Fuente: adaptado de Voigt¹⁶⁷.

.....
165 *Ibid.*, 163-202.

166 *Ibid.*, 163-202.

167 *Ibid.*, 163-202.

Paralelamente, Wood propone otros tres patrones de interacción: el patrón del embudo, el patrón de focalización y el tradicional.

En *el patrón del embudo*¹⁶⁸ se plantean estas fases:

- El profesor propone un problema a sus estudiantes, cuya solución ya conoce y desea verificar el conocimiento de sus alumnos.
- Los alumnos se muestran incapaces de resolverlo.
- El profesor va formulando preguntas más fáciles relacionadas con el problema, de tal manera que las respuestas se orienten a su solución.

En este patrón de interacción el aprendizaje del estudiante no es realmente significativo, pues las actividades intelectuales que exige del estudiante son de bajo nivel.

El patrón de focalización es al comienzo similar al anterior, salvo que en lugar de resolver el problema conduciendo al estudiante, el profesor enfoca su atención a través de preguntas en aquellos tópicos del problema que no han sido comprendidos por los estudiantes, permitiendo de esta manera la resolución del problema, así:

- El profesor propone a los estudiantes un problema con cierto nivel de dificultad.
- Ante las dificultades de los estudiantes, el profesor formula una serie de preguntas con el objetivo de focalizar la atención en un aspecto del problema que es clave para su comprensión y resolución.
- El profesor permite que un estudiante resuelva el problema, incentivando el raciocinio y la comunicación de sus ideas al resto de la clase.

.....
168 Terry Wood, "Patterns of Interaction and the Culture of the Mathematics Classroom". En *Perspectives on the Mathematics Classroom*, editado por S. Lerman, 149-168 (Dordrecht, NL: Kluwer Academic Publ., 1994). Wood, "Alternative Patterns of Communication in Mathematics Classes", 167-178.

Wood¹⁶⁹ propone un patrón adicional que llamó *tradicional*, el cual se caracteriza por las siguientes fases:

- El profesor inicia con una pregunta.
- El alumno responde.
- El profesor evalúa la respuesta del alumno.

Este patrón es utilizado por algunos docentes de matemáticas y se caracteriza porque los alumnos asisten para poder posteriormente reproducir, a través de prácticas repetitivas o rutinarias, lo que aprendieron.

Coincidiendo con Rojas¹⁷⁰, es bueno hacer algunas precisiones sobre los patrones propuestos, pues los autores Wood¹⁷¹ y Voigt¹⁷² describen dos posiciones encontradas. En la primera, tal vez teniendo en cuenta tendencias didácticas tradicionales, las actividades de clase están centradas en el profesor (patrón del embudo y patrón de extracción) y en la segunda posición contemplan actividades en las que los significados son construidos colectivamente, tal vez orientados por una tendencia interaccionista (patrón de focalización y patrón de discusión).

Otro aspecto por resaltar es que los patrones de uno y otro autor no coinciden; el patrón de extracción presentado por Voigt¹⁷³ propone adicionalmente una reflexión sobre lo realizado, que lo hace diferente al patrón del embudo presentado por Wood¹⁷⁴. De la misma manera, en el patrón de extracción, las opiniones del estudiante son consideradas desde el comienzo del proceso, lo que lo diferencia del patrón

.....
169 Wood, "Alternative Patterns of Communication in Mathematics Classes", 167-178.

170 Francisco Rojas, "Instrumentos discursivos para caracterizar la comunicación del profesor en el aula de matemáticas y las posibilidades de participación de estudiantes", (ponencia en XIII Conferencia interamericana de educación matemática CIAEM, Recife, Brasil, 2011).

171 Wood, "Alternative Patterns of Communication in Mathematics Classes", 167-178.

172 Voigt, "Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms", 163-202.

173 *Ibid.*, 163-202.

174 Wood, "Alternative Patterns of Communication in Mathematics Classes", 167-178.

de focalización. Según Rojas¹⁷⁵, entre los dos patrones presentados por Wood¹⁷⁶ se encuentra el patrón de extracción de Voigt¹⁷⁷. Por otro lado, en el patrón de discusión el profesor interviene con aportes que permiten construir el significado consensuado con los alumnos, criterio que no se tiene en el patrón de focalización.

Peressini y Knuth¹⁷⁸ presentan los patrones univocal y dialógico. Es importante tener en cuenta que, asociada a los patrones de interacción, del embudo y de focalización, está la comunicación univocal y dialógica, a la cual se hará referencia en otro apartado. Peressini y Knuth¹⁷⁹ hablan de los patrones de interacción univocal y dialógico con un sentido diferente; *el patrón univocal* tiene como único objetivo la transmisión de la información y *el dialógico* es un apoyo al pensamiento en el sentido de dar significado a través de la interacción.

En el mismo orden, Brendefur y Frykholm¹⁸⁰ presentan un modelo de cuatro niveles de comunicación: unidireccional, contributiva, reflexiva e instructiva; asociado a cada nivel de comunicación hay un patrón de interacción, los cuales se describen a continuación, teniendo en cuenta que los autores los consideran como inclusivos y como etapas progresivas de comunicación en el aula.

Patrón unidireccional. Es el más común, el profesor habla casi siempre, hace preguntas cerradas y no da oportunidades a los alumnos de presentar sus ideas, pensamientos, estrategias.

Patrón contributivo. Ya se muestra alguna participación de ideas, soluciones y estrategias, pero sin gran exigencia cognitiva. Aquí, las interacciones entre alumnos son más comunes.

.....
175 Francisco Rojas, "Instrumentos discursivos para caracterizar la comunicación del profesor en el aula de matemáticas y las posibilidades de participación de estudiantes", (ponencia en XIII Conferencia interamericana de educación matemática CIAEM, Recife, Brasil, 2011.

176 Wood, "Alternative Patterns of Communication in Mathematics Classes", 167-178.

177 Voigt, "Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms", 163-202.

178 Peressini y Knuth, "Why are you talking when you could be listening?"

179 *Ibid.*, 107-125.

180 Brendefur y Jeffrey Frykholm, "Promoting mathematical communication in the classroom".

Patrón reflexivo. Más allá de participación, se desarrollan conversaciones en torno a los contenidos y los propios discursos. Las conversaciones son utilizadas como apoyo para hacer exploraciones más profundas. Las reflexiones no surgen de forma espontánea por parte del alumno, son proporcionadas por la participación en la construcción del discurso del aula.

Patrón instructivo. El profesor, más que motivar la reflexión, procura modificar las comprensiones matemáticas de sus alumnos, así como su propia práctica. El pensamiento del alumno se vuelve público, mientras que el profesor se hace consciente de los procesos de pensamiento, limitaciones y capacidades de los alumnos, lo que afecta su propia práctica. La capacidad de reflexionar sobre su práctica puede llevarlo al cambio.

Loska¹⁸¹ plantea las interacciones común y natural; presenta un método de enseñanza que denominó neosocrático en contraposición al conocido método socrático. Este autor considera que el método socrático se limita a una relación uno a uno, las preguntas formuladas son de respuesta breve, generalmente del tipo sí-no, donde el rol del alumno es seguir los pasos lógicos del pensamiento del profesor y responder una serie de preguntas que le son planteadas. El método neosocrático, por su parte, busca abarcar una buena cantidad de estudiantes y replantea el rol del profesor; sustenta que el docente no puede hacer juicios de valor respecto a la participación de los estudiantes en cuanto a sus contribuciones acerca de la temática en cuestión, sino que debe permitir la participación libre del estudiante. El alumno tiene la responsabilidad por el desarrollo de ideas y explicaciones a lo largo de la clase, sin importar el orden en que emerjan.

Junto a estos dos métodos de enseñanza, Loska¹⁸² propone dos tipos de discusiones o interacciones que pueden ocurrir en el aula y a las que llamó común y natural.

Discusión común. Está asociada al método socrático, el profesor organiza el aula en forma lineal, haciendo que los alumnos sigan una ruta previamente fijada. Formula secuencias de intervenciones del

.....
181 Loska, "Teaching without instruction".

182 *Ibid.*, 235-246.

tipo pregunta-respuesta, se aceptan las intervenciones de los estudiantes si están dentro de la guía propuesta.

Discusión natural. Tiene que ver con el método neosocrático, aquí el profesor, a pesar de tener un planeamiento general, no espera que las ideas surjan en un determinado orden, procura mantener abierta una discusión que pueda tener diferentes caminos y llevar a distintas conclusiones. El modo en que se distribuye el tiempo no es previsible en este tipo de clase.

Con base en Mercer¹⁸³ se plantean diferentes tipos de diálogo que se presentan en el aula: diálogo básico, prospectivo, crítico, reflexivo y de conferencia¹⁸⁴. Este autor relaciona el concepto de diálogo con el concepto de compromiso.

Diálogo básico. Se procura establecer un conocimiento común. El profesor presenta un tema e intenta determinar si los alumnos aprendieron lo suficiente. El profesor orienta al alumno y se preocupa por la consolidación de su conocimiento.

Diálogo prospectivo. El profesor establece un punto de vista inicial para procurar el aprendizaje del estudiante, clarifica el problema sin apelar a intervenciones muy elaboradas y motiva a los estudiantes a participar.

Diálogo crítico. La preocupación de los participantes es comprender diferentes puntos de vista, elaborar y plantear nuevas ideas, desafiar, refutar y argumentar las opiniones de los demás. El profesor invita a plantear hipótesis y pruebas, elaborar y argumentar la construcción de conocimiento.

Diálogo reflexivo. Los participantes procuran integrar y generalizar argumentos válidos. Recapitulan y elaboran conclusiones sobre las acciones realizadas teniendo en cuenta más los procesos que los resultados. La característica típica es la de recapitular y evaluar las experiencias realizadas.

Diálogo conferencia. El compromiso es la transmisión del conocimiento. El profesor prepara y presenta una temática en la clase como si se tratara de una conferencia. Como alternativa, se propone

.....
183 Neil Mercer, *The guided construction of knowledge. Talk amongst teachers and learners* (Clevedon, UK: Multilingual matters, 1995).

184 Baruch Schwarz, Tommy Dreyfus, Nurit Hadas y Rina Hershkowitz, "Teacher guidance of knowledge construction", (ponencia en 28th Education, PME28. Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics, 2004).

la lectura de un texto, en el que el profesor plantea preguntas previamente elaboradas. Hay preocupación permanente por la aclaración y exposición de contenidos.

De acuerdo con Schwarz et al.¹⁸⁵, generalmente los profesores apelan a los diálogos básico y prospectivo, ya que no es fácil la utilización de diálogos argumentativos. Para desarrollar el diálogo crítico en el aula, el profesor debe tener una participación activa en la argumentación, procurando desarrollar la discusión, motivando la participación de los alumnos y preguntándoles para fundamentar y cuestionar los argumentos utilizados. Los autores resaltan la combinación del diálogo crítico y reflexivo en la clase.

Sierpinska¹⁸⁶ incluye dos patrones más de interacción y comunicación, a los cuales denominó *datsit!* (¡eso es!) y *arusure?* (¿estás seguro?), que Godino et al.¹⁸⁷ rebautizaron como patrones afirmativo e interrogativo, los cuales se describen a continuación.

Patrón afirmativo. Sierpinska propone los siguientes pasos:

- En clase el estudiante lee un referente teórico (definiciones y ejemplos).
- El profesor hace una revisión o repetición de lo leído y termina con una pregunta con el fin de que los alumnos encuentren la solución al problema.
- Un estudiante contesta.
- El profesor evalúa afirmativamente (eso es).

El profesor en este caso no cuestiona cómo obtuvo el estudiante la respuesta, sino que simplemente da la aprobación.

.....
185 *Ibid.*

186 Anna Sierpinska, "Whither mathematics education?" en *Acta del 8º Congreso Internacional de Educación Matemática*, editado por C. Alsina et al. (Sevilla: Sociedad Thales, 1996), 21-46.

187 Juan Godino y Salvador Llinares, "El interaccionismo simbólico en educación matemática".

Patrón interrogativo. Para este caso, Sierpinska propone un patrón con los siguientes pasos:

- En clase el estudiante lee un referente teórico (definiciones y ejemplos).
- El estudiante hace afirmaciones sobre lo leído.
- El profesor interroga sobre la afirmación del estudiante (¿estás seguro?)
- Hay trabajo conjunto entre estudiantes y profesor para buscar la respuesta a la duda del estudiante.

El estudiante analiza y se cuestiona sobre los referentes teóricos que le presenta el docente, muestra dudas, pero lo más importante es que el docente, en lugar de convencerlo directamente, trabaja junto con el estudiante hasta llegar a una negociación de significados. Godino *et al.*¹⁸⁸ manifiestan que este tipo de patrón, aunque es ideal, solo es aplicable en grupos pequeños de estudiantes interesados realmente en aprender y no solo en aprobar.

Según Villalta y Martinic¹⁸⁹, las interacciones se pueden agrupar en tres modelos: transmisión, sistémico-instruccional y conversacional.

Modelo de la transmisión. Se relaciona con la forma de codificar y decodificar la información. La codificación que debe hacer el docente para entregar de forma clara la información a sus estudiantes y la decodificación que debe hacer el estudiante para entender el mensaje se asocian con el enfoque de directividad y no directividad de Flanders¹⁹⁰, cuya categorización se presenta a continuación.

.....
188 *Ibid.*, 70–92.

189 Marco Villalta y Sergio Martinic, “Modelos de estudio de la interacción didáctica en la sala de clase”, *Investigación y Postgrado*, 24, n.º 2 (2009): 61-76.

190 Ned Flanders, *Análisis de la interacción didáctica* (Madrid: Anaya, 1977).

Tabla 3. Clasificación de los patrones de interacción según Flanders

Categoría	Explicación
1. Pausas de silencio y habla simultáneas	Momentos durante los cuales se interrumpe el intercambio verbal entre los interlocutores (pausas de silencio) o se lleva a cabo de una manera confusa, debido a que dos o más participantes hablan simultáneamente.
2. Hablar sobre el estado de ánimo de los estudiantes	Hablar acerca de los temores, las angustias, las expectativas, las alegrías, los malestares, o cualquier otra sensación o sentimiento de sus alumnos.
3. Elogiar o recompensar a los estudiantes	Cuando un estudiante responde una pregunta, elabora bien un trabajo, realiza adecuadamente un procedimiento o lleva a cabo un comportamiento socialmente útil y recomendable como paradigma o ejemplo por seguir, el docente debe elogiarlo y destacarlo en una magnitud directamente proporcional al esfuerzo hecho por el alumno.
4. Retomar ideas de los estudiantes	Retomar las ideas expresadas por los alumnos, con el fin de analizarlas sin criticarlas ni elogiarlas, produce en el salón de clases efectos positivos.
5. Solicitar información a los estudiantes	Preguntas o expresiones del docente que esperan una respuesta de parte de los alumnos o del alumno señalado, sin criticar ni retomar ideas ni darles órdenes o instrucciones ni elogiar ni hacer referencia al estado de ánimo de los alumnos.
6. Dar información a los estudiantes	La intención es que el docente les proporcione información a los estudiantes. Típico de la clase tradicional.
7. Instrucciones u órdenes a los estudiantes	Se entiende por órdenes, instrucciones o <i>líneas de acción</i> toda expresión verbal de parte del maestro que le sirva a los estudiantes para saber qué hacer o cómo hacer algo, sin criticarlos ni elogiarlos ni retomar ideas expuestas antes por alguno de ellos.
8. Críticas y correcciones a los estudiantes	Se utilizan en clase expresiones verbales cuya intención es hacer sentir mal al estudiante, corregirlo, ponerle una calificación de reprobación o, incluso, amenazarlo con expulsarlo de clase o de la institución.
9. Respuestas del alumno limitadas a lo que se le pregunta	Toda expresión verbal de un alumno en que este se limite a contestar correcta o incorrectamente lo que le pregunte el docente.
10. Intervenciones verbales de iniciativa por parte del alumno	Toda expresión verbal de un alumno que no sea considerada como respuesta limitada exclusivamente a lo que el docente le ha preguntado, sin importar si su intervención es o no Correcta.

Fuente: Flanders¹⁹¹.

.....
191 *Ibid.*

Aunque a este modelo se le atribuyen bondades, como reconocer que, si el docente refuerza positivamente la participación de los estudiantes, mejora el clima del aula, o que si se presentan los contenidos claramente, se mejora la comprensión de los estudiantes, también hay que reconocer que la interacción es unidireccional, pues el discurso del docente es el único considerado válido en el aula de clase y la didáctica ideal para este modelo es que se haga una buena transmisión de contenidos.

Modelo sistémico-instruccional. La didáctica aquí se entiende como una comunicación especializada cuyo objetivo es el logro de determinados procesos cognitivos. Un ejemplo de este tipo de propuestas es el modelo de instrucción efectiva propuesto por Slavin¹⁹², el cual consta de cuatro componentes: calidad de la instrucción, nivel apropiado de la instrucción, incentivo y motivación de los estudiantes, y tiempo; el estudio prueba que estas variables tienen impacto en los aprendizajes. Hay otras dos variables: eficiencia instructiva y tiempo ocupado. Este modelo pretende abordar las posibles formas de organización en la clase¹⁹³, las cuales pueden ser modificadas por el profesor buscando facilitar el aprendizaje de los estudiantes.

Otra visión de la interacción didáctica la presenta Velasco¹⁹⁴, quien la define como un proceso de razonamiento interpersonal en el aula entre profesor y estudiantes teniendo como meta promover aprendizajes. Adicional a los indicadores de procesos cognitivos de diferente complejidad, sugiere también indicadores sociales organizados en forma jerárquica según la complejidad de las operaciones cognitivas, que agrupa en cinco, en forma ascendente y relacionadas con el aprendizaje: recuerda, memoriza, localiza espacialmente; lee, compara, ordena; analiza, sintetiza, infiere, comprende; soluciona problemas, lanza hipótesis, estructura, evalúa, diseña; hace metacognición, conocimiento metacognitivo. Igualmente, hay consenso entre investigadores sobre la

.....
192 Robert Slavin, *Salas de clase efectivas, escuelas efectivas: plataforma de investigación para una reforma educativa en América Latina, documento* (Santiago de Chile: PREAL, 1996).

193 *Ibid.*

194 Antonio Velasco, "Un sistema para el análisis de la interacción en el aula". *Revista Iberoamericana de Educación* 42, n.º 3 (2007): 1-12.

existencia de variables asociadas al aprendizaje: de la escuela, la comunidad y el hogar de los estudiantes¹⁹⁵.

El modelo sistémico instruccional se enfoca en las variables de la clase que permiten obtener aprendizajes, pero resalta los procesos cognitivos y los aspectos organizacionales. Al estudiante le asigna una condición de aprendiz, pero a la vez interactivamente activo.

Modelos conversacionales. Las orientaciones constructivistas y socio-culturales con la participación de la filosofía del lenguaje posibilitan la integración de áreas como la etnometodología, etnografía, sociolingüística, semiótica, que hacen emerger una perspectiva socio-etnográfico-lingüística de la comunicación, que es la que sustenta los modelos conversacionales del análisis de la interacción en el aula.

Desde esta mirada, ya no se concibe la interacción en el aula como un hecho de transmisión de contenidos, sino como un proceso que se crea con la estructuración de las prácticas y las subjetividades de alumnos y profesores en la clase¹⁹⁶. De acuerdo con lo anterior, las interacciones en el aula se ven como prácticas comunicativas en contextos culturalmente situados; como lo resalta Planas¹⁹⁷, “el aula es una cultura con modelos comunes de interpretación de normas, acciones y creencias que se reconstruyen a través del discurso por medio de prácticas sociales”.

Según Villalta¹⁹⁸, existe en la escuela un discurso instruccional que se determina por patrones distintivos de acuerdo con las formas como se utiliza el lenguaje en el aula. El análisis de estos discursos orienta sobre la manera como los instrumentos de mediación semiótica transforman

.....
195 Rodrigo Cornejo y Jesús María Redondo, “Variables y factores asociados al aprendizaje escolar. Una discusión desde la investigación actual”. *Estudios Pedagógicos* 33, n.º 2 (2007): 155-175.

196 Sara Delamont, *La interacción didáctica* (Madrid: Cincel, 1984). Marco Villalta, “Una propuesta para el estudio de la interacción didáctica en la sala de clase”. *Estudios Pedagógicos* 35, n.º 1 (2009): 221-238.

197 Nuria Planas, “Análisis discursivo de interacciones sociales en un aula de matemáticas multiétnica”. *Revista de Educación*, n.º 334 (2004): 59-74.

198 Marco Villalta, “Una propuesta para el estudio de la interacción didáctica en la sala de clase”.

el funcionamiento cognitivo, determinado por la participación de los estudiantes en actividades específicas¹⁹⁹. En este sentido, la didáctica se piensa como una construcción cultural en la que el profesor, en el encuentro de la clase, transmite, reflexiona y reconstruye, dejando atrás la concepción de herramienta para la transmisión de saberes.

Al igual que en la didáctica, la interacción también ha pasado por diferentes procesos: en el modelo transmisionista se entiende como una acción unidireccional; en el modelo sistémico-instruccional se ve como una interacción funcional al aprendizaje, y en el modelo conversacional se asume como una construcción de significados y procesos culturales²⁰⁰.

A continuación, se presenta una tabla donde se integran las clasificaciones propuestas por diferentes autores que, aunque tienen miradas distintas, todos coinciden en unos patrones de interacción usualmente desarrollados en el aula y en otros que, aunque con menor nivel de utilización, son considerados por investigadores como relevantes:

Tabla 4. Clasificación de los patrones de interacción

Autores	Patrones de interacción	
	Usuales en el aula	Relevantes para el aula
Voigt	Patrón de elicitación o extracción	Patrón de discusión
Wood	Patrón del embudo Patrón tradicional	Patrón de focalización
Sierpinska	Patrón afirmativo	Patrón interrogativo
Peressini y Knuth	Univocal	Dialógico
Loska	Discusión común	Discusión natural

.....
199 Rosario Cubero, Mercedes Cubero, Andrés Santamaría, Manuel de la Mata, María Carmo-
na y María Prados, “La educación a través de su discurso. Prácticas educativas y construc-
ción discursiva del conocimiento en el aula”. *Revista de Educación*, n.º 346 (2008): 71-104.

200 *Ibid.*

Tabla 4. Clasificación de los patrones de interacción (continuación).

Brendefur y Frykholm	Patrón unidireccional Patrón contributivo	Patrón reflexivo Patrón instructivo
Alrø y Skovsmose	Aula absolutista	Aula dialógica
Schwarz, Dreyfus, Hadas y Hershkowitz	Diálogo básico Diálogo prospectivo Diálogo conferencia	Diálogo crítico Diálogo reflexivo
Villalta y Martinic	Transmisión, sistémico-instruccional	Conversacional

Fuente: elaboración propia.

4.4 Interacción en que la intervención del profesor es discreta

Esta clase de interacción se presenta en la clase cuando los alumnos están trabajando una tarea en grupo y la actuación del profesor es discreta. El profesor se desplaza por el aula, aclara dudas, hace preguntas; es decir, su papel es de generador de ambientes adecuados para desarrollar tareas y acompañar en este proceso a los alumnos. El rol del docente en este tipo de interacciones es muy importante, es un referencial en un doble sentido: de favorecer un medio para las interacciones más directas entre los alumnos y de representar a la comunidad científica, constituyendo una fuente de legitimación.

Ese papel depende del modo como el profesor afronta el desarrollo de las tareas, en especial las que realizan los estudiantes en grupo. Algunas veces, el profesor ve el trabajo en equipo como una forma de distribuir los alumnos en el aula, para que se ayuden y de esta manera transcurra el tiempo de clase. Esto es muy común en trabajo de pequeños grupos, especialmente de dos alumnos que están sentados en el mismo pupitre. En ese caso, el propósito de construir los grupos no es el desarrollo de la tarea en sí, sino una forma de compensar la falta de tiempo o la falta de material para la clase. Es necesario que el profesor considere el trabajo en grupo como importante en sí mismo. El profesor puede contribuir al desarrollo de las capacidades de trabajo

conjunto en los alumnos según dos criterios: cognitivos y sociales. Los cognitivos cuando se busca hablar sobre el trabajo realizado, discutir los resultados y conclusiones del grupo; en los sociales se pretende hablar sobre la forma como se desarrolla el trabajo²⁰¹.

Una dificultad encontrada por el profesor en las clases con trabajo en grupo es el desconocimiento de lo que hace el grupo mientras él no está con ese grupo; esto se presenta porque el profesor le da más validez a lo que se hace en su presencia²⁰². Sin embargo, hay docentes que valoran más el trabajo que hace el estudiante de forma independiente sin ninguna supervisión.

El hecho de que el profesor no participe en la mayoría de las acciones que desarrolla el grupo tiene bondades, pues no le compete ofrecer respuestas sino plantear preguntas y retos²⁰³. El profesor puede aprovechar para percibir si el grupo está trabajando como equipo, es decir, si todos contribuyen con sus ideas, se ayudan mutuamente, son capaces de solucionar sus desacuerdos, si el ambiente es saludable y si cada uno se preocupa por los demás compañeros. Adicionalmente, si el grupo trabaja sin la presencia del profesor, desarrolla su autonomía. En los grupos generalmente se ve al profesor como una autoridad, y su papel cuando se integra con ellos no se observa como el de compartir ideas, sino de responder a las preguntas que ellos formulan²⁰⁴.

A continuación, se trabajará un poco más en los tipos de interacción en los que la intervención del profesor es discreta, distinguiendo las interacciones alumno-alumno- grupo y alumno-grupo-clase.

La interacción alumno-alumno-grupo tiene lugar cuando dos o más alumnos se integran sin intervención del profesor. Estas interacciones son importantes para el crecimiento de los alumnos; sin embargo, la experiencia muestra que “la interacción entre los alumnos es casi

.....
201 Lück Blunk, “Teacher talk about how to talk in small groups”, en *Talking mathematics in school: studies of teaching and learning*, editado por M. Lampert y M. L. Blunk (Cambridge: University Press, 1998), 190-212.

202 *Ibid.*

203 *Ibid.*

204 *Ibid.*

inexistente y poco valorizada por el profesor”²⁰⁵, reduciéndose en muchos casos a la resolución de preguntas a los problemas.

A través de la práctica de trabajo en grupo los alumnos pueden evaluar su tarea y aprender a confrontar con los compañeros aquello que pensaron individualmente y a participar con sus ideas. Después de esto, los alumnos están listos para la siguiente etapa, explicar sus ideas, argumentar y procurar convencer a los compañeros de sus opiniones.

Otro aspecto para resaltar es la constitución de los grupos; se le da importancia a la heterogeneidad considerándola como la mejor forma de maximizar los aprendizajes de los alumnos. La elaboración de trabajos en grupo es una oportunidad para que los alumnos pregunten, expliquen, verbalicen y obtengan opiniones de los compañeros de grupo. El trabajo en pequeños grupos se constituye en la forma natural para el desarrollo de la comunicación matemática²⁰⁶.

Según varios autores, las interacciones alumno-alumno en el aula, ya sea desarrollando un proyecto o solucionando un problema en grupo, son potencialmente más ricas que un aula con tareas más estructuradas y donde los alumnos trabajan individualmente²⁰⁷. Los alumnos se sienten más seguros para participar en pequeños grupos que en grupos grandes, pues la participación es más espontánea y ayuda a que todos los alumnos participen. Si en la discusión participa toda la clase, el alumno acaba por callarse por considerar que no es pertinente su comentario; esto sucede porque el alumno busca agradar al profesor²⁰⁸.

Igualmente, es importante resaltar que no basta que los alumnos trabajen en grupo, interactuando con los compañeros, para asumir que ocurre el aprendizaje²⁰⁹. Para Cobb, hay dos niveles de análisis en la

.....
205 Da Ponte, “Da formação ao desenvolvimento profissional”, 27-44.

206 Alice Artzt, “Developing problem-solving behaviors by assessing communication in cooperative learning groups”, en *Communication in mathematics K-12 and beyond*, editado por P. Elliott y M. Kenney (Reston, VA: NCTM, 1996), 116-125.

207 Margarida César, “Interacções na aula de matemática: Um percurso de 20 anos de investigação e reflexão”, en *Interacções na aula de matemática*, editado por C. Monteiro et al. (Viseu: Secção de Educação e Matemática da SPCE, 2000), 13-34.

208 Alro y Skovsmose, *Dialogue and learning in mathematics education*.

209 Cobb, “Mathematical learning and small-group interaction: Four case studies”, 25-129.

interacción entre pares de alumnos: nivel de proceso <colaboración directa/indirecta>, y el nivel de resultado <univocal, multivocal>. Existe una colaboración directa cuando los alumnos resuelven la tarea en conjunto. En cambio, la colaboración es indirecta cuando los alumnos piensan o resuelven la tarea solos, no necesitan escucharse mutuamente, aunque en ocasiones los comentarios de un alumno influyen en lo que los otros hacen. El resultado se considera univocal si la opinión de un alumno prevalece sobre la de los demás. Ese alumno representa una autoridad con poder social o científico. Se trata de un resultado multivocal si se escuchan todos los miembros componentes del grupo, y tratan ellos mismos de llegar a consensos con opiniones divergentes.

La interacción alumno-grupo-clase se presenta cuando un alumno propone una situación individualizada a toda la clase; a su vez, la interacción grupo-clase surge cuando el representante del grupo o el grupo en su totalidad presentan el resultado del trabajo realizado al resto de los compañeros de la clase y se proporciona un espacio de discusión. En general, en estos espacios de interacción es importante que los alumnos escuchen a los compañeros, especialmente a los de grupos distintos, que sean capaces de interpretar lo que los compañeros expresan y cuestionarlos, si es el caso²¹⁰.

4.5 Aspectos interaccionales en la teoría de situaciones didácticas

La teoría de las situaciones didácticas²¹¹ nace como un modelo teórico cuyo objetivo era constituir una epistemología experimental de la matemática, independiente del interaccionismo simbólico, pero hay elementos comunes en los dos marcos teóricos; por ejemplo, las interacciones que Brousseau denominó “efecto Topaze” y “efecto Jourdain”, los cuales se pueden describir como patrones de interacción profesor-alumno-saber. Otro ejemplo sería la noción de contrato didáctico y las normas sociomatemáticas. A continuación, se analizan estos aspectos.

.....
210 Blunk, “Teacher talk about how to talk in small groups”, 190-212.

211 Guy Brousseau, “Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques”. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 7, n.º 2 (1986): 33-115.

Brousseau²¹² afirma que un proyecto social exterior condiciona la relación didáctica entre profesor-alumnos-saber.

Se establece una relación que determina —explícitamente en una pequeña parte, pero sobre todo implícitamente— que cada participante, el profesor y el alumno, tiene la responsabilidad de administrar y de la cual será de una u otra forma responsable ante el otro. Este sistema de obligaciones recíprocas se parece a un contrato. Lo que interesa aquí es el contrato didáctico, es decir, la parte de ese contrato que es específico del “contenido”: el conocimiento matemático pretendido²¹³.

Según Godino y Llinares²¹⁴, las actuaciones del profesor y los alumnos deben cumplir con los siguientes aspectos: el docente debe generar las condiciones para que el alumno se apropie de un determinado conocimiento y reconozca cuándo sucede, el alumno debe someterse a las condiciones que el profesor proponga, la relación didáctica debe continuar pase lo que pase, el profesor debe garantizar que los conocimientos previos y las nuevas condiciones ofrecen la posibilidad al estudiante de apropiarse del nuevo conocimiento.

Lo fundamental del contrato didáctico no son las normas sociales, sino el proceso de búsqueda (negociación) de un contrato hipotético.

Al igual que en el interaccionismo simbólico, se distinguen las normas sociales de las sociomatemáticas; en la teoría de las situaciones didácticas el contrato didáctico forma parte del contrato pedagógico y del contrato escolar. Chevallard, Bosch y Gascón²¹⁵ tratan en profundidad estas temáticas.

Por otro lado, hay un patrón de interacción llamado “efecto Topaze”, el cual se caracteriza por las restricciones del sistema social en que se puede dar la enseñanza, lo cual implica la pérdida del sentido

.....
212 Blunk, “Teacher talk about how to talk in small groups”, 190-212.

213 *Ibid.*

214 Godino y Llinares, “El interaccionismo simbólico en educación matemática”.

215 Yves Chevallard, Marianna Bosch y Josep Gascón, *Estudiar matemáticas; el eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje* (Barcelona: ICE Universidad Autónoma/Horsori, 1997).

matemático de los conocimientos pretendidos. Este efecto se caracteriza por lo siguiente:

- El profesor propone una tarea a los alumnos, la respuesta está más o menos predeterminada.
- El profesor negocia las condiciones en las que se producirá la relación didáctica y que le darán un sentido.
- Propone preguntas abiertas, con el fin de lograr que este sentido sea lo más rico y exacto que se pueda.
- Si el alumno fracasa, da informaciones suplementarias para hacer la respuesta más fácil.

Si los conocimientos pretendidos desaparecen completamente, se tiene el “efecto Topaze”²¹⁶. Un caso particular del efecto Topaze es el “efecto Jourdain”, en el que el docente, para no entrar en debate con el estudiante sobre el conocimiento pretendido o con la constatación de un fracaso, acepta una respuesta trivial, desprovista de valor e incluso de sentido.

También en la teoría de las situaciones didácticas se describen otros patrones de interacción, el relacionado con el profesor y los recursos didácticos, que denomina “deslizamiento metacognitivo”, y el que relaciona al profesor con las propias situaciones, llamado “envejecimiento de las situaciones didácticas”²¹⁷.

Godino y Llinares²¹⁸ afirman que la tipología misma de las situaciones didácticas (acción, formulación-comunicación, validación, institucionalización) puede ser tomada como una forma de interacción entre profesor-alumnos-saber-medio. Aunque en la teoría de las situaciones didácticas se tiene en cuenta el contrato didáctico y algunas normas sociales, en el fondo “la Teoría de las Situaciones Didácticas sigue viendo el aprendizaje como un acto individual, desco-

.....
216 Brousseau, “Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques”.

217 *Ibid.*

218 Godino y Llinares, “El interaccionismo simbólico en educación matemática”.

nociendo la influencia social y de alguna forma aún se encaja dentro de las teorías cognitivistas”²¹⁹.

4.6 Tipos de interacción y modelo didáctico del profesor

Una vez revisada la literatura sobre la interacción en el aula de matemáticas, en el siguiente apartado se caracterizan los diferentes modelos didácticos del profesor, dado que el tipo de interacción que el profesor prioriza en sus clases es uno de los criterios fundamentales para dicha caracterización.

4.7 Modelos didácticos del profesor

Uno de los aspectos claves para elaborar los llamados modelos o estilos pedagógicos y didácticos del profesor es el tipo de interacción que prioriza. En este capítulo se revisan las diversas clasificaciones de modelos pedagógicos y didácticos que ha generado la literatura, dedicando especial atención al tipo de interacción de cada modelo. En este caso en particular se han considerado tanto modelos genéricos del profesor propuestos por autores que no son del área de la educación matemática, como otros modelos propuestos específicamente para los profesores de matemáticas.

Inicialmente, se presenta la clasificación de modelos de profesor de matemáticas propuesta por Ernest. Luego, se aborda la tipología de modelos propuesta por Porlán. Estas clasificaciones se complementan con el modelo de profesor constructivista sugerido por el constructivismo de Piaget, la perspectiva sociocultural de Vygotsky y el interaccionismo de Bruner. Posteriormente, se explicita que un docente no se puede ubicar exactamente dentro de un modelo, pues tiene características de muchos, aunque tiene más tendencia hacia un modelo que a otro.

.....
219 Alfonso Jiménez, “Interaccionismo renovado en la clase de matemáticas”, (ponencia en XII Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Armenia, 2011).

Ernest²²⁰ opina que, a la hora de enseñar matemáticas, los conocimientos de los conceptos matemáticos son importantes, pero lo que más determina las prácticas del docente de matemáticas son sus concepciones acerca de la naturaleza del área, sobre la naturaleza de la enseñanza de las matemáticas y sobre el proceso de aprendizaje de esta; las cuales determinan las tendencias de enseñanza, de aprendizaje y los medios educativos que utiliza. Por lo anterior propone la siguiente clasificación:

Profesor entrenador. La base de todo es la autoridad. Entiende la matemática como un conjunto de normas, reglas y verdades orientadas por la autoridad. Su objetivo es la fijación de habilidades y destrezas. Su tendencia de enseñanza es autoritaria, donde lo fundamental es el buen comportamiento del estudiante, el cual debe obedecer ciegamente al profesor. Su modelo de aprendizaje es basado en procesos de memorización y repetición. Los medios educativos son papel, lápiz y tablero. Hay un especial rechazo por el uso de la calculadora en el aula.

Profesor tecnólogo. La matemática la concibe como conocimiento práctico, útil. El objetivo de la educación matemática es la aplicación del conocimiento a otras áreas como las ciencias naturales, sociales, tecnología e industria. La enseñanza busca el desarrollo de habilidades de los estudiantes a través de la transmisión de los contenidos por el docente y el aprendizaje se basa en la solución de problemas prácticos y el desarrollo de destrezas. Se prioriza el uso recursos tecnológicos como computador, calculadora y en general recursos que faciliten la experimentación.

Profesor humanista. La matemática se asocia con conocimiento puro. En la educación matemática se tienen en cuenta la cultura y el desarrollo del pensamiento. La enseñanza se basa en la transmisión de estructuras, explicación de los contenidos, motivación del estudiante. El estudiante al aprender busca comprender los conceptos y sus aplicaciones. Básicamente, no prevalece la utilización de medios educativos, pues se usan los estrictamente necesarios.

.....
220 Paul Ernest, "The Knowledge, Beliefs and Attitudes of the Mathematics Teacher: A Model". *Journal of Education for Teaching* 15, n.º 1 (1989): 13-33.

Profesor progresista. Se concibe la matemática como una estructura de conocimientos personalizados, donde se pretende utilizar la matemática como fuente de autorrealización y desarrollo de cada uno. La enseñanza se orienta al trabajo personal del estudiante y al desarrollo de su autonomía. El aprendizaje busca la creatividad, la exploración e indagación. No se enfatiza en un medio específico, se utiliza cualquiera que pueda servir para la formación de conceptos y estructuras.

Profesor crítico. La matemática se entiende como grupo de conocimientos permeados por la cultura y por tanto dependientes de un sistema social, los cuales, al igual que la cultura, están en continua dinámica de cambios. La educación matemática pretende el cambio social a través de cambios individuales. El profesor metodológicamente se centra en la discusión, pretende que el estudiante siempre esté cuestionando las verdades matemáticas. El aprendizaje aquí se concibe como la solución de problemas de la cotidianidad y la reflexión personal sobre las concepciones sociales de la matemática. No hay un material específico, sino que el estudiante lo utiliza de acuerdo con sus requerimientos.

Enseguida, se plantearán inicialmente aspectos de las tendencias didácticas, asumidas con la concepción de Porlán²²¹ complementada con el constructivismo clásico de Piaget, el enfoque sociocultural de Vygotsky y el interaccionismo de Bruner.

Modelo tradicional. También llamado obsesión por los contenidos. Se presenta porque el docente considera que hay una única forma de desarrollar el trabajo en el aula. Enseñar se asume como explicar los contenidos básicos a los estudiantes, tratando de definir sus significados y en algunas oportunidades presentando el ejemplo o la demostración. El docente se preocupa por desarrollar una serie de contenidos organizados secuencialmente, asumiendo que es el conocimiento que el estudiante necesita de la disciplina en un determinado grado. En la mayor parte de la clase el profesor explica y el alumno escribe la información; en algunos casos, por ejemplo, se habla acerca del tema o se formulan problemas de aplicación para plantear su comprobación o demostración.

.....
221 Porlán, *Constructivismo y escuela*.

Este modelo refleja de alguna manera a una gran cantidad de docentes y se debe a que “es la única forma como sabemos hacerlo”²²², ¿por qué?, por diversas razones, es lo que el contexto institucional y la sociedad espera de ellos, es lo que se observaba en las clases en la época de estudiantes.

La transmisión verbal de conocimientos es una práctica generalizada, lo que no implica que sea la mejor, pues en la mayoría de los casos no consigue un adecuado aprendizaje. Para Porlán²²³, algunos aspectos negativos serían: se pierde la motivación de los estudiantes al establecer los temas de manera impositiva por parte del docente; se vende la idea de una matemática terminada, pues se plantean los contenidos como unidades de verdad; el profesor siempre culpa al estudiante por el fracaso de su aprendizaje, ya que la premisa es que si el profesor explica adecuadamente, el estudiante debe aprender; los estudiantes tienden a preparar mecánicamente las evaluaciones, ya que casi siempre con estas se busca la memorización por parte del estudiante.

Modelo tecnológico. Llamado también obsesión por los objetivos. Su pretensión inicial es superar algunos problemas que presenta el enfoque tradicional, especialmente el reduccionismo en los procesos didáctico y metodológico. Se destaca porque toda práctica educativa se realiza con una intención: el logro de unos objetivos; es decir, se apoya una mayor rigurosidad donde se clarifican las metas por obtener y las actividades que se han de desarrollar. Se enfatiza en las relaciones entre los conceptos y distintos grados de complejidad. En cuanto al aprendizaje, Porlán²²⁴ plantea que sucede por un proceso de asimilación de conceptos con niveles crecientes de dificultad. Pretende hacer una evaluación objetiva del progreso de los aprendizajes del estudiante con el fin de determinar la recuperación de los aspectos no exitosos detectados en la prueba diagnóstica inicial, al igual que la realización de una prueba diagnóstica final; las pruebas objetivas se realizan en test de opciones múltiples. Al igual que el enfoque tradicional, presenta algunas fallas, como por ejemplo, la idea de eficacia se convierte en

.....
222 *Ibid.*

223 *Ibid.*

224 *Ibid.*

una obsesión eficientista, rígida y uniformizadora²²⁵; los objetivos se tornan rígidos, si no se comprende que estos deben ser replanteados a la luz de las necesidades e intereses de los estudiantes; la evaluación, al ser de tipo cerrado, tiene la tendencia a favorecer aprendizajes mecánicos; genera problemas de rigidez en las prácticas, causados por las secuencias de actividades cerradas, así como falta de motivación.

Modelo espontaneísta o activista. Denominado igualmente obsesión por los alumnos. Busca posicionar al estudiante como el centro del proceso para que pueda tomar decisiones sobre qué y cómo aprender en un ambiente agradable y natural, lo que le permite realmente interesarse y también ser ente organizador. Lo anterior busca contrarrestar la posición de poder total asumida por el docente en los enfoques anteriores, donde en forma autoritaria decide qué, cómo, cuándo, con qué y por qué se debe aprender matemáticas sin tener en cuenta para nada la opinión del estudiante.

La labor del docente pasa a ser de orientador, coordinador de actividades de iniciativa del estudiante, apoyando la interacción y comunicación entre todos los alumnos, pero ante todo es un improvisador permanente, sin tomar en ningún momento conductas calificadoras o sancionadoras.

Al ser el estudiante el eje del proceso de enseñanza se asume como contrapuesto a las anteriores tendencias en las que el eje es el docente y pone de manifiesto uno de los problemas históricos de la educación: los estudiantes mentalmente separan los significados académicos de los significados de la vida cotidiana²²⁶.

Según Porlán, algunas de las características propias del enfoque espontaneísta son: no existe una programación definida ni contenidos claros y específicos; hay una completa negociación con los estudiantes de proyectos por trabajar, los cuales pueden ser orientados a todo el grupo o a pequeños grupos; se da especial importancia a las salidas

.....
225 José Gimeno Sacristán, *La pedagogía por objetivos: obsesión por la eficiencia* (Madrid: Morata, 1982).

226 Porlán, *Constructivismo y escuela*.

de observación, actividades de consenso y comunicación; el plan de trabajo se adecúa según los intereses de los estudiantes y periódicamente se celebran asambleas con el fin de discutir sobre la dinámica del aula.

Al igual que las tendencias anteriores, también tiene sus problemas, pues sin un diseño previo es imposible que los docentes exploten en su totalidad las potencialidades de los estudiantes. Como se priorizan exclusivamente los intereses de los estudiantes, es decir, se cambia la estructura de poder básicamente al estudiante, esto puede ser tan perjudicial como el caso contrario.

Modelo constructivista. Actualmente hay una tendencia a aceptar que el aprendizaje no es una simple reproducción del contenido que se ha de aprender, sino que implica un proceso de construcción o reconstrucción en el que las aportaciones de los alumnos desempeñan un papel decisivo. Este punto de vista sobre el aprendizaje conlleva la tendencia hacia una enseñanza en la que el papel del profesor es más complejo, ya que, además de favorecer en sus alumnos la construcción de significados, tiene que orientarla en la dirección que marcan los contenidos del aprendizaje. Aceptar que la enseñanza está mediada por la actividad constructiva de los alumnos obliga a sustituir la imagen clásica del profesor como transmisor de conocimientos por la imagen del profesor como orientador o guía. Pero, aceptar que los contenidos que han de construir los alumnos son el resultado de una elaboración social, obliga también a matizar la imagen del profesor-orientador y aceptar que también tiene como misión conectar los procesos de construcción de los alumnos con los significados colectivos culturalmente organizados²²⁷.

.....
227 Anna Sierpinska, "Three epistemologies, three views of classroom communication: Constructivism, sociocultural approaches, interactionism", en *Language and communication in the mathematics classroom*, editado por H. Steinbring, M. G. B. Bussi y A. Sierpinska, (Reston, VA: NCTM, 1998), 30-62.

Sin ánimo de ser exhaustivos, se puede decir que un modelo de profesor constructivista, que en particular atiende las aportaciones de Piaget²²⁸, Vygotsky²²⁹ y Bruner²³⁰, entre otros, se caracteriza por:

- Tener en cuenta los niveles de desarrollo evolutivo de los alumnos.
- Procurar un aprendizaje activo y significativo.
- Ser consciente de la importancia que tienen los conocimientos previos del alumno respecto al éxito de cualquier actividad de enseñanza/aprendizaje que se vaya a realizar.
- Valorar la importancia que tienen los aspectos afectivos sobre el aprendizaje.
- Tener presente las diferentes explicaciones que dan las distintas teorías psicopedagógicas sobre las dificultades que presentan los alumnos para aprender matemáticas.
- Saber que lo que un alumno es capaz de aprender por sí mismo, viene determinado por su nivel de desarrollo evolutivo y por sus conocimientos previos; pero esta capacidad de aprendizaje hay que diferenciarla de la capacidad de aprender con la ayuda y el estímulo de otras personas (no solo los profesores, también los amigos, padres, compañeros, etc.). La diferencia entre estos dos niveles de capacidad es lo que Vygotsky llama la “zona de desarrollo próximo”. Así pues, la enseñanza más eficaz es aquella que parte del desarrollo efectivo del alumno, no para amoldarse a él, sino para hacerlo progresar a través de la zona de desarrollo próximo, y de esa manera generar nuevas zonas de desarrollo próximo.
- Reconocer que existen unas interacciones sociales que permiten el desarrollo armónico de las clases de matemáticas, las cuales implícita o explícitamente orientan la actuación tanto del docente como de los estudiantes.

.....
228 Jean Piaget, *Problemas de psicología genética* (Barcelona: Ariel, 1978).

229 Lev Vygotsky, *Pensamiento y lenguaje. Teoría del desarrollo cultural de las funciones psíquicas*, traducido por María Margarita Rotger (México: Ediciones Fausto, 1995).

230 Jerome Bruner, *Hacia una teoría de la instrucción* (Havana, Cuba: Ediciones Revolucionarias, 1972).

En general, un docente tiene características de varios modelos, por ello se dice que tiene tendencia hacia un determinado modelo, porque la mayoría de sus características como docente se corresponden con ese modelo. Lo anterior se ilustra en la siguiente figura:

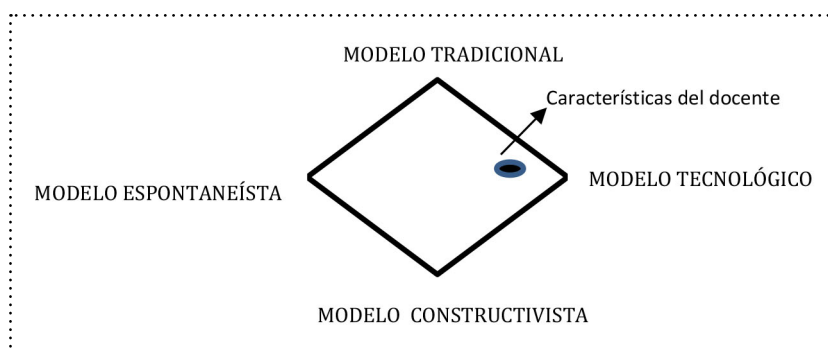


Figura 4. Tendencia del profesor hacia un modelo didáctico.

Fuente: elaboración propia.

4.8 Análisis de interacción. Caso Fernando

Vale resaltar que las interacciones que aparecen son propias del docente Fernando y fueron emergiendo del análisis de sus clases²³¹.

La clase que inicialmente mostró Fernando fue de estructura jerárquica²³², acorde con una tendencia tradicional-tecnológica²³³, y producto de ello emergieron unas interacciones propias de este tipo de aulas. El análisis a clases dictadas después de la participación del docente en el grupo de trabajo colaborativo mostró una tipología no tradicional-tecnológica e interacciones emergentes nuevas, y sobre todo que el tipo de interacción cambia en frecuencia. A continuación, se presentan las interacciones de Fernando en sus dos fases.

231 José Francisco Leguizamón Romero, “Patrones de interacción comunicativa. Un estudio de caso”. *Praxis y Saber* 8, n.º 16 (2017): 57-82.

232 Luis Menezes, “Concepções e práticas de professores de matemática: Contributos para o estudo da pergunta” (tesis de Maestría, Universidade de Lisboa, 1995).

233 Porlán, *Constructivismo y escuela*.

Tabla 5. Interacciones típicas de la clase

AB	Descripción	Fase 1	Fase 2
A	Aclaración del docente a todo el grupo, explicación corta	60	30
Ag	Agradecimiento del docente a un estudiante	1	1
Ant	Aclaración no temática por parte del profesor	8	40
Ap	Aprobación de la respuesta dada por el estudiante	8	23
An	Negación de la respuesta dada por el estudiante	0	1
Ar	Autorrespuesta del profesor, es decir, pregunta y responde su pregunta	16	7
c	Conclusión del estudiante	0	3
D	Dictado que hace el profesor a los estudiantes de problemas o Ejercicios	14	0
de	Discusión entre los estudiantes	4	4
Des	Desacuerdo del profesor ante respuesta dada por el estudiante	0	5
E	Explicación amplia del profesor	28	2
e	Explicación amplia del estudiante	0	12
ic	Intervención corta del estudiante, sin que se la haya solicitado el docente	23	5
ia	Intervención argumentada que hace el estudiante	4	0
int	Intervención no temática del estudiante	1	7
O	El profesor ordena la ejecución de una acción	9	21
Pa	Pregunta argumentada por parte del profesor	4	0
Pc	Pregunta corta del profesor dirigida a todo el grupo	111	31
pc	Pregunta corta por iniciativa propia del estudiante al profesor	21	30
Pcd	Pregunta corta y directa del profesor	4	0
Pm	Preguntas múltiples por parte del profesor	17	7
Pnt	Pregunta no temática del profesor	0	3
R	Repetición del profesor de lo que expresa el estudiante	14	3
Rc	Respuesta corta del profesor ante una pregunta del estudiante	9	11

Ra	Respuesta argumentada del profesor a una pregunta de un estudiante	2	6
rgc	Respuesta en coro de varios estudiantes, respuesta general corta	7	3
ria	Respuesta individual argumentada del estudiante	10	24
ric	Respuesta del estudiante, individual y corta	102	87
Rm	Respuesta de varios estudiantes, uno después del otro	0	5
Sc	Silencio corto de menos de un minuto	3	11
Sp	Silencio prolongado (más de un minuto)	7	1
ap	Aprobación por parte del estudiante de lo dicho por el docente	0	41
S T		487	424
Después del trabajo colaborativo			
a	Aclaración temática corta del estudiante	0	49
ant	Aclaración no temática del estudiante	0	70
ar	Autorrespuesta del estudiante, pregunta y responde su pregunta	0	13
co	Consenso de grupo de estudiantes acerca de una tarea matemática o no	0	6
cop	Complemento a la opinión de un compañero	0	44
des	Desacuerdo del estudiante frente a la opinión de los compañeros	0	45
ed	Expresión de duda ante lo que afirma el compañero	0	5
ex	Expresión sin sentido completo	0	49
l	Lectura de un texto, taller o guía por el estudiante	0	62
o	Opinión del estudiante respecto de un tema matemático	0	266
Pcc	Pregunta corta del profesor dirigida al pequeño grupo	0	37
pcc	Pregunta corta del estudiante a sus compañeros	0	109
pccm	Pregunta corta múltiple, varias seguidas del mismo estudiante	0	5
pnt	Pregunta no temática del estudiante	0	9
q	Queja del estudiante respecto del docente	0	4

Tabla 5. Interacciones típicas de la clase (continuación).

r	Repetición de lo que dice el compañero	0	23
rdes	Reafirmación a un desacuerdo	0	3
Rp	Repetición del profesor de lo que él mismo dice	0	1
rp	Repetición del estudiante de lo que dice el profesor	0	1
Sd	Saludo del docente	0	1
so	Solicitud de un estudiante a un compañero	0	25
S TO	Subtotal	0	827
TOT	Total	487	1251

Fuente: elaboración propia.

De los análisis a las clases se puede inferir lo siguiente.

Las clases del docente se distribuyeron inicialmente en 8 configuraciones didácticas, las posteriores, en 7; lo cual muestra su tendencia a un desarrollo temático demasiado amplio. Se considera que son demasiadas tareas para una sesión de clase, lo cual se evidenció en el análisis didáctico de las clases.

En la primera fase, la totalidad de las configuraciones fueron catalogadas de tipo magistral²³⁴, lo cual implica una clase tradicional-tecnológica. En la segunda fase, el 31 % de las configuraciones fueron consideradas de tipo magistral y las restantes como dialógicas²³⁵, de lo que se infiere un tipo de clase participativo, que privilegia el diálogo y el consenso, lo cual significa una clase de tipo no tradicional-tecnológica²³⁶.

Igualmente, se pueden observar los patrones de interacción según diversos autores. Para el patrón de interacción cíclico²³⁷, la evidencia se presenta en el fragmento de transcripción de la primera clase (Tr1F).

.....
234 Godino, Contreras y Font, "Análisis de procesos de instrucción", 38.

235 *Ibid.*

236 Porlán, *Constructivismo y escuela*.

237 Magdalene Lampert y Paul Cobb, Communication and language, en *A research companion to Principles and standards for school mathematics*, editado por J. Kilpatrick, W. G. Martin y D. Shifter (Reston, VA: NCTM, 2003), 237-249.

[26]	P	Eee. ¿Qué fue lo que dijiste primero, una función...?	Hace la señal con la mano al estudiante de que continúe
[27]	A3	Compuesta	
[28]	P	Y será que a una función compuesta yo puedo aplicarle las mismas reglas de derivación que he venido trabajando	Con las manos señala el tablero
[29]	A (indefinido)	No	Contestan en coro
[30]	A5	Pues... se aplican, tienen que aplicarse	Lo dice en un tono fuerte con seguridad
[31]	P	Pues se aplican aquí ya me dijo... A5. Habría que aplicar la regla de la...	Señala con el dedo índice hacia el estudiante

En las líneas [26] a [28] se observa un ejemplo del diálogo triádico²³⁸, es decir, que el profesor posee el control del discurso²³⁹ y orienta a los estudiantes hacia las respuestas correctas, es un aula absolutista²⁴⁰, igualmente en [26] a [31] se puede apreciar un enfoque de introducción, trabajo y conclusión-revisión²⁴¹. Así mismo, en el siguiente trozo de transcripción de Fernando (Tr1F) se puede identificar el patrón de extracción²⁴².

.....
238 Jay L. Lemke, *Using language in the classroom* (Geelong, Vic.: Deakin University Press, 1985).

239 David Pimm, *Speaking mathematically: Communication in mathematics classrooms* (London: Routledge, 1987).

240 Alro y Skovsmose, *Dialogue and learning in mathematics education*.

241 Mehan, "The structure of classroom events and their consequences for student performance", 59-87.

242 Voigt, "Patterns and routines in classroom interaction".

[94]	P	Bueno, ahora sí, yo escribo la siguiente función. Quiero que a esta función le hallen ¿cuál es la función interna? ¿Cuál es la función externa? Y que la derivemos. ¿Cuál es la función interna? A7 y ¿cuál es la función externa?	$f(x)=\sqrt{4x^3 - 5x + 2}$	El profesor deja un lapso de tiempo para que los alumnos trabajen el ejercicio.
[95]	A			Los alumnos aportan diferentes ideas.
[96]	P	Y entonces... si quiero derivarla, ¿cuál sería la forma de hacerlo? La expresamos primero ¿Cómo?		
[97]	A 3	A la un medio, como a la un medio. Cuatro x al cubo menos cinco x más dos, todo elevado a la un medio.	$f(x)=(4x^3 - 5x + 2)^{\frac{1}{2}}$	El profesor va escribiendo en el tablero.
[98]	P	Repite a la un medio y ya teniendo elevada a la un medio, ahora ¿qué proceso sigo? Aplico la regla de la... entonces cómo me queda... ¿me dicen por favor?	$f(x)=$	
[99]	A 2	Un medio factor de cuatro x al cubo menos cinco x más dos elevado a la menos un medio	$f(x)=\frac{1}{2}(4x^3 - 5x + 2)^{\frac{1}{2}}$	
[100]	P	Por		
[101]	A 2	Doce x al cuadrado menos cinco	$f(x)=\frac{1}{2}(4x^3 - 5x + 2)^{\frac{1}{2}}(12x^2 - 5)$	
[102]	P	Y...me quedaría así porque no se puede reducir, vamos a dejarla así.		
[103]	A 4	En el parcial también		Todos ríen.
[104]	A 5	Me parece que se puede trabajar con el exponente.		El profesor borra el sector derecho del tablero
[105]	P	Pues bueno ¿qué función tendría ahí?		

En esta transcripción también se puede determinar el patrón tradicional²⁴³, en esta clase lo que interesa es la transmisión de la información, es decir, se sigue un patrón univocal²⁴⁴; igualmente es considerada con un patrón unidireccional²⁴⁵. Esta característica, aunque es genérica, se puede observar en todo el fragmento [94] a [105]. En las siguientes líneas de transcripción, correspondientes a la segunda clase de Fernando (Tr2F), se puede identificar el patrón del embudo²⁴⁶.

[4]	P	Dice: “que si x y y son funciones derivables de t , las cuales están relacionadas por la función $y=x^2+3$ hallar $\frac{dy}{dt}$ cuando x es igual a 1. Dado que $\frac{dx}{dt}=2$ cuando x es igual a 1	... por la función $y=x^2+3$ hallar $\frac{dy}{dt}$ cuando $x=1$. Dado que $\frac{dx}{dt}=2$ cuando $x=1$	El profesor continúa escribiendo el ejercicio en el tablero
[5]	P	Entonces en este caso nos está hablando de que tenemos que ver que si x y y son funciones derivables respecto en este caso a la variable t , debemos relacionarlas con la función $y=x^2+3$ y hallar su derivada respecto a t , cuando x vale 1. Entonces tenemos nuestra ecuación que es... Conocemos regla de la cadena y derivación implícita, entonces tenemos que derivar esa función, implícitamente esa función respecto a qué variable... Entonces, en este caso tenemos la derivada de y y la derivada de t es...	$y=x^2+3$ $\frac{dy}{dt} = 2x \frac{dx}{dt}$	El profesor escribe la función en el tablero.
[6]	E 2	Más cuatro		Donde un estudiante responde...

.....
243 Wood, “An emerging practice of teaching”, 203-228. Wood, “Alternative patterns of communication in mathematics classes: funneling or focusing?”, 167-178.

244 Peressini y Knuth, “Why are you talking when you could be listening?”.

245 Brendefur y Frykholm, “Promoting mathematical communication in the classroom”.

246 Wood, “An emerging practice of teaching”, 203-228. Wood, “Alternative patterns of communication in mathematics classes”, 167-178.

[7]	p	Cero porque es una constante. Que conocemos acá, nos piden que halle- mos $\frac{dy}{dt}$ cuando $x=1$. Conocemos $\frac{dx}{dt}$ y conocemos $x=1$, entonces cual es la otra etapa Quiere decir que la función $\frac{dy}{dt}$ es igual a 4.	Reemplazar los valores $\frac{dy}{dt} = 2(1)(2) = 4$	El profesor corrige diciendo.
[8]	P	Ahora, eso es cuando solamente nos dan una función y que tenemos que derivarla respecto a otra y hallar sus párrafos, que era lo que tenía que ver con los ejercicios 8 y 9 de los que tenían que desarrollar, que deri- var respecto a otra variable.		

En lo anterior se observa que prima en el aula una discusión común²⁴⁷, es decir, que el docente es el que posee el uso de la palabra con pocas intervenciones de los estudiantes. Así mismo, el profesor prioriza la transmisión de la información y hace una exposición tipo conferencia²⁴⁸, lo que concuerda con los patrones afirmativo²⁴⁹ y transmisionista²⁵⁰; esto se evidencia en [4] a [8], (Tr2F).

Se identificaron como patrones de interacción comunicativa, típicos del docente en su primera fase, los siguientes: la pregunta corta por parte del docente, al igual que la respuesta individual corta por parte del estudiante, las aclaraciones y explicaciones cortas del docente, la explicación amplia del docente y su autorrespuesta. Lo anterior nuevamente lleva a pensar que la clase es de tipo tradicional-tecnológica.

Una forma de mostrar el flujo de participación en el aula es presentada a continuación, cambiando el patrón de interacción por el autor del mismo, ya sea el docente o el estudiante. Para ello, se plantearán las interacciones de la primera clase del docente Fernando.

.....
247 Loska, "Teaching without instruction", 235-246.

248 Schwarz et al., "Teacher guidance of knowledge construction".

249 Anna Sierpiska y Stephen Lerman, "Epistemology of mathematics and of mathematics education", en *International Handbook of Mathematics Education*, editado por A. J. Bishop et al. (Dordrecht, NL: Kluwer, Academic Publ., 1996), 827-876.

250 Villalta y Martinic, *Modelos de estudio de la interacción didáctica en la sala de clase*.

Se evidencia el protagonismo del docente en todas las configuraciones y, en todo caso, la gran mayoría de las intervenciones de los estudiantes corresponden a respuestas cortas de este. Lo anterior implica, por sus características de participación, que es una clase magistral²⁵¹ y, por ende, tradicional-tecnológica²⁵².

En la segunda fase, las configuraciones fueron consideradas dialógicas²⁵³, es decir, es una clase participativa, en la que prima el diálogo y el consenso, lo cual genera una clase no tradicional-tecnológica²⁵⁴.

En esta aula se promueve la participación del estudiante y se considera que en algunos momentos los estudiantes asumen el control de la clase, básicamente cuando se desarrolla el trabajo en grupo, es decir, existe cierta autonomía por parte del estudiante²⁵⁵. Se identifica también que la autoridad del docente por instantes se transfiere al relator del grupo o al alumno que dentro del grupo posea el mayor respeto por sus conocimientos en el área²⁵⁶. El rol del docente es el de orientador y generador de ambientes de aprendizaje, totalmente opuesto al de la primera fase²⁵⁷. En el siguiente tramo de transcripción, correspondiente a la tercera clase de Fernando (Tr3F), donde se está discutiendo sobre el concepto de ley de composición interna, operación binaria y axioma, se pueden observar evidencias de las apreciaciones anteriores.

[116]	Profesor	Entonces, exacto, ¿cómo lo llamarían? Bueno, otro ejemplo, me salgo de lugar para ver si...
[117]	Relator	Yo entiendo profe, pero no sé cómo llamarlo
[118]	Profesor	Voy a dejarlo que lo piensen
[119]	Est1	Discusión de grupo

.....
251 Godino, Contreras y Font, "Análisis de procesos de instrucción".

252 Porlan, *Constructivismo y escuela*.

253 Godino, Contreras y Font, "Análisis de procesos de instrucción", 38.

254 Porlan, *Constructivismo y escuela*.

255 Peter Woods, *Investigar a arte de ensinar* (Porto: Porto Editora, 1999).

256 Alro y Skovsmose, *Dialogue and learning in mathematics education*.

257 João Pedro da Ponte et al., *Histórias de investigações matemáticas* (Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998).

[120]	Relator	Es interno
[121]	Est2	¿Cómo?
[122]	Relator	Es un conjunto del subconjunto referencial, entonces es un subconjunto
[123]	Est2	No, ¿por qué?
[124]	Est3	Es un conjunto subconjunto del referencial
[125]	Profesor	¿Cuál es la otra?
[126]	Relator	¿Una operación binaria es la operación... ¿Cómo? Una operación binaria es la operación
[127]	Relator	Es la operación en un conjunto
[128]	Est1	Entre dos conjuntos
[129]	Relator	Una operación entre dos conjuntos
[130]	Relator	La cual está definida en un conjunto referencial
[131]	Profesor	Ya casi están ubicados
[132]	Relator	La cual está definida en un conjunto referencial... la cual tiene como resultado un conjunto interno del subconjunto de este conjunto referencial del mismo conjunto
[133]	Est1	Operación interna
[134]	Est3	¿Del mismo conjunto?
[135]	Relator	Del mismo y obtiene como resultado un subconjunto del mismo, o sea, del referencial
[136]	Est2	Eso es una operación interna
[137]	Relator	Sí, es una operación interna
[138]	Est3	¿Qué más hay por aquí?
[139]	Relator	Cuerpo y campo
[140]	Estudiantes	Risas
[141]	Est2	Bueno, ahí vamos
[142]	Estudiantes	Risas
[143]	Est1	Eso es una función
[144]	Est2	Compleja... eee... un conjunto en una relación
[145]	Relator	Cuerpo y campo
[146]	Est2	¿Qué es un axioma?
[147]	Est3	El axioma es algo como verdadero
[148]	Relator	¿Qué es un axioma?
[149]	Est2	Es una ley, una regla, una regla ya demostrada, siempre se va a cumplir, ya está demostrada

[150]	Est1	Entonces, un axioma es una regla que podemos seguir
[151]	Relator	¿Un axioma... Profe?
[152]	Relator	¿Qué es cuerpo y campo? No, primero axioma.
[153]	Relator	Un axioma es algo que ya está comprobado
[154]	Est2	Un teorema o algo así
[155]	Relator	Dejémoslo así y ahorita miramos el cuaderno
[156]	Relator	Qué es un axioma, un axioma es una ley, no, no, es algo que ya está
[157]	Est2	Es una norma que ya está
[158]	Relator	Es como más que todo una ley
[159]	Est1	Puede ser, es como una regla
[160]	Relator	Una regla ya demostrada que siempre se va a cumplir
[161]	Est1	Puede sacar la demostración, pero no sabe que ya está demostrada
[162]	Relator	Es como verdadero, ya está demostrada. Es como una regla que ya está demostrada

Se resalta que el docente interviene especialmente con preguntas, buscando mayor fluidez en el análisis que están realizando los estudiantes²⁵⁸, [116] y [125]. En la estructura de las clases de la segunda fase de Fernando, los estudiantes trabajan inicialmente en grupos, para luego socializar lo hecho con la respectiva complementación por parte del docente, lo que concuerda con el patrón de discusión²⁵⁹ y el de focalización²⁶⁰. El objetivo de mejorar la interacción entre los estudiantes fue priorizar los conocimientos personales de estos, lo cual se asocia con un patrón dialógico²⁶¹ y también concuerda con los patrones contributivo y reflexivo²⁶². Estas características se pueden observar en el anterior fragmento de transcripción.

.....
258 Luis Menezes, “Concepções e práticas de professores de matemática: Contributos para o estudo da pergunta” (tesis de Mestría, Universidade de Lisboa, 1995).

259 Voigt, “Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms”, 163-202.

260 Wood, “An emerging practice of teaching”, 203-228. Wood, “Alternative patterns of communication in mathematics classes”, 167-178.

261 Peressini y Knuth, “Why are you talking when you could be listening?”

262 *Ibid.*

El profesor aplicó la discusión natural²⁶³ cuando planteó un taller y dejó en libertad a los estudiantes de discutir y llegar a múltiples conclusiones de acuerdo con lo que consideraran pertinente; su intención fue que los estudiantes argumentaran y refutaran las ideas de los demás, llegando a nuevas propuestas, lo cual está acorde con el diálogo crítico²⁶⁴ y con el patrón interrogativo²⁶⁵, o sea, que lo pretendido en el aula fue promover aprendizajes mediante procesos de razonamiento entre docente y estudiantes²⁶⁶. Evidencia de lo anterior se encuentra en el siguiente fragmento correspondiente a la cuarta clase de Fernando (Tr4F).

[639]	Profesor	Quiero que socialicemos el primer punto, entonces le damos un giro hacia el lado del tablero. Entonces, en esta socialización vamos a identificar sobre el primer punto. Los que van en el tercer y cuarto punto saben qué es necesario del primer punto para poder complementar el segundo y el tercero. Entonces, quiero hacerlo al azar, un voluntario o voluntaria. ¿Entonces qué? Vamos, ¿me escuchan? Al primero que vamos a socializar 2 factores: primero, cuando ustedes leyeron va a pasar uno de los relatores; en ese caso casi fueron todos, solo hubo una persona que tuvo movimiento, qué dificultades encontró y cómo las sorteo en el grupo y a qué solución llegaron con el grupo. Así que vamos a empezar con el grupo de Est1 voluntario o voluntaria. Bueno, ahí son voluntarias.
[640]	Estudiantes	Est1
[641]	Profesor	Est1 la escogieron por democracia, ahí está el tablero, ahí están los marcadores. Primero, cuéntanos cuando leyeron la guía o la hojita con qué se enfrentaron ustedes, cuáles fueron las primeras dificultades que encontraron ahí y cómo lograron sortearlas. Entonces, escribe el enunciado que tienes ahí.
[642]	EST1	¿Se lo escribo o se lo leo?
[643]	Profesor	Escribe lo que dice ahí.

.....
263 Loska, "Teaching without instruction: The neo-socratic method", 235-246.

264 Schwarz et al., "Teacher guidance of knowledge construction".

265 265 Anna Sierpinska, "Whither mathematics education?", en C. Alsina et al. *Acta del 8º Congreso Internacional de Educación Matemática*, editado por H. Steinbring; M. Bartolini Bussi y A. Sierpinska (Sevilla: Sociedad Thales, 1996), 21-46.

266 Antonio Velasco, "Un sistema para el análisis de la interacción en el aula". *Revista Iberoamericana de Educación* 42, n.º 3 (2007): 1-12.

[644]	EST1	En R3 determinar si el vector X es igual a (2, 1, 5) en G, v1, v2 y v3 donde v1 es (1, 2, 1), v2 es igual a (1, 0,2) y v3 es igual a (1, 1 ,0). Para solucionar el ejercicio anterior identifique los elementos básicos, por ejemplo, en qué conjunto se está trabajando. En el conjunto R3 anteriormente como se expresaría el vector en relación con los vectores v1, v2 y v3?
[645]	Profesor	Entonces escribamos en el tablero.
[646]	EST1	¿Los vectores?
[647]	Profesor	Los vectores y los determinamos.
[648]	EST1	Los escribo. Generador = V1=(1,2,1) V2=(1,0,2) V3=(1,1,0) Generado = V(X)=(2,1,5) $\begin{matrix} 2 & 1 & 1 & 1 & x + y + z = 2 \\ (1) = x (2) + y (0) + z (1) & & & & \{2x + z = 1 \\ 5 & 1 & 2 & 0 & x + 2y = 5 \end{matrix}$ x=1, y=2, z= -1
[649]	Profesor	Entonces, nos dice que en el ejercicio de ellas, que el vector v... que ese vector v (2, 1, 5) es generado por los vectores v1, v2 y v3, eso es lo que nos están diciendo, es lo que generó varias preguntas: qué conjunto era cierto para los grupos que tenían ese ejercicio. Estuvimos de acuerdo con la primera parte que ellas están haciendo. Listo, ahora después de que nos decían en qué conjunto estábamos trabajando, ¿cómo expresarían el vector v en relación con los otros 2 vectores? Con los 3 vectores, en este caso.
[650]	EST1	¿Como expresaría este, con este?
[651]	Profesor	Con este, sí señora.
[652]	EST1	Con los otros 3 vectores.
[653]	Profesor	¿Entonces que hicieron ahí? ¿Listo, Est7 esa estructura que ella hizo ahí en el tablero es coherente o no coherente? ¿Qué nos quiere decir?
[654]	EST7	Pues ahí está buscando, o sea, multiplicó los vectores de la... del... se me olvidó... ¿Organizo los valores de los escalares?
[655]	Estudiantes	Sí.
[656]	EST7	Y pues, para encontrar unas ecuaciones y para hacer un despeje de ecuaciones y al hacer el despeje encuentra ya los valores de cada escalar.

que todas las interacciones corresponden a acciones del estudiante, lo cual implica que el eje de la clase es el estudiante y que esta es no tradicional-tecnológica²⁶⁸. Se observa que hay un cambio de patrones de interacción comunicativa, pues el profesor pasa de tener unos patrones centrados en el profesor a unos centrados en el estudiante.

En la primera fase, el promedio de participación de los estudiantes fue de 13.49 %, lo que resalta el protagonismo del docente en el desarrollo de las clases, es decir, se trata de un aula absolutista²⁶⁹, lo cual es propio de una metodología tradicional-tecnológica²⁷⁰. El promedio de participación de los estudiantes en la segunda fase fue de 81.4 %, lo cual significa que se trata de una clase donde el estudiante en algunos momentos asume el control del aula²⁷¹, lo que es propio de una metodología no tradicional-tecnológica.

Lo anterior se evidencia claramente en las tablas de flujo de participación de las clases analizadas. En general, el docente cambia de una clase donde el que más participa es el docente, a proponer una donde se prioriza la participación del estudiante.

4.9 Análisis de interacción. Caso Juan

Se resalta que las interacciones que aparecen son propias del docente Juan y fueron emergiendo del análisis de sus clases, que se realizó previamente y aparece en páginas anteriores de este proyecto. Cabe mencionar que el docente mostró inicialmente una clase de estructura jerárquica²⁷², propia de una tipología de clase tradicional-tecnológica, y producto de ello emergieron unas interacciones propias de este tipo de clases. El análisis a clases dictadas después de la participación del docente mostró una tipología no tradicional-tecnológica e interacciones

.....
268 Porlán, *Constructivismo y escuela*.

269 Alro y Skovsmose, *Dialogue and learning in mathematics education*.

270 Porlán, *Constructivismo y escuela*.

271 Wood, "Alternative patterns of communication in mathematics classes", 167-178.

272 Luis Menezes, "Concepções e práticas de professores de matemática: Contributos para o estudo da pergunta" (tesis de Mestría, Universidade de Lisboa, 1995).

emergentes nuevas y, sobre todo, que cambia en frecuencia el tipo de interacción; por lo anterior, se determinaron interacciones propias de la tipología de clase del docente. A continuación, se presentan las interacciones de Juan en sus dos fases.

Tabla 8. Interacciones del docente

AB	Descripción	Fase 1	Fase 2
A	Aclaración del docente a todo el grupo, explicación corta	47	21
Ant	Aclaración no temática por parte del profesor	20	23
Ap	Aprobación de la respuesta dada por el estudiante	10	9
An	Negación de la respuesta dada por el estudiante	2	0
Ar	Autorrespuesta del profesor, es decir, pregunta y responde su pregunta	52	8
As	Asesoría del profesor	2	0
D	Dictado que hace el profesor a los estudiantes de problemas o ejercicios	4	0
E	Explicación amplia del profesor	46	2
E	Explicación amplia del estudiante	7	4
Ic	Intervención corta del estudiante sin que se la haya solicitado el docente	2	11
Ia	Intervención argumentada que hace el estudiante	1	0
Int	Intervención no temática del estudiante	1	0
O	El profesor ordena la ejecución de una acción	10	8
Pa	Pregunta argumentada por parte del profesor	4	1
Pc	Pregunta corta del profesor dirigida a todo el grupo	83	32
Pc	Pregunta corta al profesor por iniciativa propia del estudiante	8	10
Pm	Preguntas múltiples por parte del profesor	17	6
Pnt	Pregunta no temática del profesor	1	4
Pntd	Pregunta del docente, no temática y directa (menciona quien debe contestar)	0	3

Tabla 8. Interacciones del docente (continuación).

R	Repetición del profesor de lo que expresa el estudiante	5	0
Rc	Respuesta corta del profesor ante una pregunta del estudiante	4	5
Ra	Respuesta argumentada del profesor a una pregunta de un estudiante	3	1
Ria	Respuesta individual argumentada del estudiante	5	8
Ric	Respuesta del estudiante, individual y corta	30	82
Ap	Aprobación de lo dicho por el docente por parte del estudiante	0	5
Ti	Trabajo individual de los estudiantes	1	0
Tg	Trabajo grupal de los estudiantes	18	2
A	Aclaración temática corta del estudiante	0	29
Ant	Aclaración no temática del estudiante	0	53
Apc	Aprobación del estudiante a lo dicho por un compañero	0	22
Ar	Autorrespuesta del estudiante, pregunta y responde su pregunta	0	27
cop	Complemento a la opinión de un compañero	0	3
des	Desacuerdo del estudiante frente a la opinión de los compañeros	0	26
Ed	Expresión de duda ante lo que afirma el compañero	0	3
ent	Explicación no temática amplia del estudiante	0	1
Ex	Expresión sin sentido completo del estudiante	0	24
L	Lectura de un texto, taller o guía por el estudiante	0	2
O	Opinión del estudiante respecto de un tema matemático	0	126
Pcc	Pregunta corta del profesor dirigida al pequeño grupo	0	2
pcc	Pregunta corta del estudiante a sus compañeros	0	125
pccm	Pregunta corta múltiple, varias seguidas del mismo estudiante	0	18
pnt	Pregunta no temática del estudiante	0	18
R	Repetición de lo que dice el compañero	0	2
rdes	Reafirmación a un desacuerdo	0	1
rpnt	Repetición de la pregunta no temática por parte del estudiante	0	1
So	Solicitud de un estudiante a un compañero	0	8
TOT		383	733

Fuente: elaboración propia.

Las clases iniciales se distribuyeron en 4 y 5 configuraciones respectivamente, y las de la segunda fase, en 5 y 6 configuraciones. Lo que muestra un desarrollo sensato por parte del profesor, para el tiempo que se ha proyectado para estas clases. En la primera fase, todas las configuraciones fueron consideradas de tipo magistral²⁷³, por eso se concluye que se trata de una clase tradicional-tecnológica²⁷⁴.

Igualmente, se pueden observar los patrones de interacción según diversos autores. Se presentó el patrón de interacción cíclico²⁷⁵, cuya evidencia se presenta en el fragmento de transcripción de la primera clase (Tr1J).

[18]	p	Como resulta todo esto, entonces toda esa cuestión, entonces ¿ya tenemos la función volumen? ... ¿Cuál es la función volumen?		se dirige a sus guías en la mesa ... y pregunta
[19]	A2	Por largo, por ancho, por alto.		
[20]	P	Sí señor... la función volumen está dada para este caso... por l.a.h... Empecemos entonces todas la derivaditas parciales que están involucradas en la regla de la cadena.	Largo, alto y ancho (l. a . h)	
[21]	P	Entonces decimos que la rapidez de variación de volumen en un instante de tiempo está dada por dv/dl ¿qué nos queda?		señala el tablero
[22]	A1	$a \cdot h$		
[23]	P	$A \cdot h$... si estoy derivando ... $a \cdot h$ se convierten en constante ¿cierto? ... bien por dl / dt ... lo tengo ¿... si es $3c/seg$	dl / dt	Repite lo dicho
[24]	P	Bien... ¿quién es? dv / da		
[25]	A2	$l h$		El docente afirmó lo dicho por el estudiante
[26]	P	da / dt ... tengo da/dh si ¿quién es $2cm / s +$ quién es da / dh ?		

.....
273 Godino, Contreras y Font, "Análisis de procesos de instrucción, 38.

274 Porlán, *Constructivismo y escuela*.

275 Lampert y Cobb, "Communication and language", 237-249.

[27]	A2	l* a	
[28]	p	Quien es dh/dt 1cm/s ... listo ... haciendo el análisis dimensional en qué unidades nos debe dar la rapidez de volumen en un instante de tiempo determinado en ...?	Afirma lo que dijo el estudiante
[29]	P	cm^3 * debe ser de aquí, halamos la función, la formulita, para fines de cambio ¿cierto? ... ahora apliquémosle a esa fórmula las condiciones principales del ejercicio ...	Señala el tablero

También se pudo identificar el diálogo triádico²⁷⁶ [24] a [27], el profesor mantiene el control del discurso²⁷⁷, corrige y orienta a los estudiantes hacia las respuestas correctas. Es un aula absolutista²⁷⁸. Así mismo, el trabajo del profesor se puede ver desde un enfoque de introducción, trabajo y conclusión-revisión²⁷⁹. Igualmente, se observó que se presentó el patrón de extracción²⁸⁰. El trozo de transcripción corresponde a la primera clase de Juan (Tr1J).

[31]	P	A*h es a*h es?		Repite la pregunta y luego responde
[32]	P	A esas 10 cm y h es 8 cm ... es decir, que son 80cm cuadrados y eso * 3 cm por segundo	10 cm y h es 8 cm 3cm^3	Los estudiantes escriben en el cuaderno
[33]	P	¿Cuánto es l*h ... ahora sí?		Y repite la pregunta
[34]	A4	120		
[35]	A5	120		

276 Lemke, *Talking science: Language, learning, and values*.

277 David Pimm, *Speaking mathematically: Communication in mathematics classrooms* (London: Routledge, 1987).

278 Alro y Skovsmose, *Dialogue and learning in mathematics education*.

279 Mehan, "The structure of classroom events and their consequences for student performance", 59-87.

280 Voigt, *Patterns and routines in classroom interaction*.

[36]	P	¿Quién es l*a..?	120cm ^2 *-2cm /s +	El docente escribe la respuesta en el tablero
[37]	p	150 verdad ¿150 cm^2?		Responde la pregunta
[38]	P	¿Señor?		Un estudiante hace una pregunta
[39]	A6	Pues ya como la multiplica ¿ahí para qué?		
[40]	P	uhm... bueno, pues quiero que se note completamente lo que sucede con las dimensiones cm/s ¿listo? ... entonces ahí ya simplemente tenemos que operar esas magnitudes y estará resuelto el ejercicio verdad ¿si bien ..		

En esta transcripción también se puede determinar el patrón del embudo, al igual que el patrón tradicional²⁸¹; el aula es univocal, lo que interesa es la transmisión de la información²⁸². La clase también es considerada con un patrón unidireccional²⁸³, y esta característica, aunque es genérica, se puede observar en el siguiente fragmento de transcripción, correspondiente a la segunda clase de Juan (Tr2J).

[1]	p	Bueno, entonces, entonces vamos a hablar un minuto sobre la fundamentación del software que en la clase de geometría estamos trabajando y que estamos llevando a cabo. Todo ha sido planeado, todo ha sido fundamentado desde el punto de vista de la teoría de las situaciones didácticas, ¿de acuerdo? Todo ha sido planeado desde ese punto de vista. El representante principal, el representante principal de esta teoría...		El profesor se desplaza hacia el tablero y toma un marcador
-----	---	---	--	---

.....
281 Wood, "Alternative patterns of communication in mathematics classes: funneling or focusing?"; 167-178. Wood, "An emerging practice of teaching"; 203-228.

282 Peressini y Knuth, "Why are you talking when you could be listening?"

283 Brendefur y Frykholm, "Promoting mathematical communication in the classroom".

[2]	p	<p>El representante principal de esta teoría es Brousseau. Quien plantea toda una secuencia para hacer montajes de situaciones a partir de ciertos elementos y nosotros vamos a utilizar esa teoría para hacer la introducción de la utilización del software en la demostración de las propiedades de la geometría empírica. Bien, entonces vamos a ver cómo funciona esa teoría de las situaciones didácticas según Brousseau y que últimamente ha sido retomada por un autor que se llama Pier Lavander, quien habla muy bien de esto y lo enfoca también mucho al uso de las nuevas tecnologías, lo enfoca primordialmente al software no solo para la geometría, sino para el cálculo y para muchas otras ramas de la ciencia. Entonces, ellos plantean la situación de la siguiente manera</p>	Guy Brousseau	<p>Escribe en el tablero y mientras tanto llega un nuevo 74 clase y se sienta. Posteriormente, el profesor habla</p>
[3]	p	<p>Ellos, en primer lugar, hablan de una interacción entre el sujeto y el medio. Entre el sujeto y el medio, la interacción se da sin ninguna intención de aprender algo ni de enseñar algo, cuando esa interacción se da de esa manera sin esa intención de aprender o enseñar algo ellos la llaman una situación... una situación adidáctica, ellos la llaman una situación adidáctica; es simplemente una interacción, una interacción que se da cotidianamente en, por ejemplo, en ustedes y los elementos del entorno</p>	Sujeto → medio	<p>Escribe en el tablero, pausa de silencio mientras escribe en el tablero</p>
[4]	p	<p>No hay una situación, no hay una situación una idea de aprender algo, pero están interactuando con el medio y luego de esa interacción con el medio quedarán algunos elementos y esos elementos son conocidos como el saber, y el saber es algo que ustedes tienen, es algo impersonal y descontextualizado, entonces Guy Brousseau habla sobre la manipulación de esos elementos que hay ahí. Entonces, para que esa situación se transforme y tenga realmente un sentido... necesitamos que intervenga el docente, que intervenga el maestro, interviene el maestro y el maestro interviene modificando y manipulando el medio.</p>		<p>Llega un nuevo estudiante a la clase y se sienta</p>

	<p>En lo que nosotros estamos haciendo, entonces cuál es el medio en donde interviene el maestro y cuál es la interacción, pues el maestro obviamente... el medio en este caso es el software que estamos utilizando, el maestro interviene el medio, lo modifica, lo manipula, reconoce dentro de ese medio todas las restricciones y potencialidades, reconoce dentro de ese medio todas las restricciones y potencialidades y va con ese reconocimiento a la manipulación del medio. Entonces, le plantea un problema al sujeto, le plantea una situación problema y de esa manipulación que se da con todo el medio a partir de todos estos elementos y de las manipulaciones se produce lo que se conoce ahora como una situación... didáctica.</p> <p>Una situación didáctica en donde interviene el saber del estudiante, interviene el saber, el saber se reconoce como el saber sabio, todos tenemos un saber distinto, y vamos a hacer uso de ese saber para lograr un conocimiento. Para lograr un conocimiento, cuando el estudiante a través de toda esta situación didáctica puede pasar del saber sabio al conocimiento, el conocimiento ya es personal y contextualizado. Ya lo interioriza, lo relaciona con situaciones concretas, bien ya es personal y contextualizado. Y este proceso que se realiza en la transición del saber a conocimiento se llama una institucionalización. Y ¿cómo se va a dar todo esto? ¿Cómo se va a dar la transición entre el conocimiento y el saber? Bien. El maestro ha modificado el medio, ha puesto una situación problema, el sujeto interactúa con ese medio donde logra modificarlo para conseguir el conocimiento que se quiere.</p>	<p>Escribe en el tablero</p> <p>Muestra el gráfico que está elaborando, va manejando el gráfico a medida que habla</p>
--	---	--

Se puede observar que el profesor es el que tiene el uso de la palabra con pequeñas intervenciones de los estudiantes, es decir, que prima una discusión común en el aula²⁸⁴; así mismo, se le da mucha importancia a la transmisión de la información, el profesor hace una exposición tipo

.....
 284 Loska, "Teaching without instruction: The neo-socratic method", 235-246.

Se evidencia el protagonismo del docente y las pocas intervenciones de los estudiantes (39), de las cuales 33 corresponden a respuestas de preguntas formuladas por el profesor. Lo anterior implica, por sus características de participación, que es una clase magistral²⁸⁸, y por estar centrada en el docente, que es tradicional-tecnológica²⁸⁹.

En la segunda fase, las configuraciones fueron consideradas dialógicas²⁹⁰, se infiere una clase participativa, donde se privilegia el diálogo y el consenso, lo cual implica que es no tradicional-tecnológica²⁹¹. Adicionalmente, se pueden analizar los patrones de interacción desde diversos autores. En esta aula se incentiva a los estudiantes para que pregunten y, de alguna manera, en un lapso de tiempo asumen el control de la clase, especialmente cuando se realiza trabajo en grupo²⁹²; se ve también que por momentos la autoridad del docente es reemplazada por el relator del grupo o por el alumno más aventajado en matemáticas que esté en el grupo²⁹³. El rol del profesor cambió con respecto al asumido en la primera fase, convirtiéndose en un orientador y generador de ambientes de aula²⁹⁴. Lo anterior se comprueba en el siguiente fragmento de transcripción de la tercera clase de Juan (Tr3J).

[15]	Est 3	No hay que pasar las operaciones, ¿cierto que no? solo las tablas.
[16]	Est 2	No sé, pregúntale al profesor.
[17]	Est 1	¿Qué dice la hoja?
[18]	Est 3	Redacte las conclusiones.
[19]	Est 2	En este... como ves, debo hacer una caja, con una base cuadrada...
[20]	Est 1	¿Este qué dice? ...

.....
288 Godino, Contreras y Font, “Análisis de procesos de instrucción”, 38.

289 Porlán, *Constructivismo y escuela*.

290 Godino, Contreras y Font, “Análisis de procesos de instrucción”, 38.

291 Porlán, *Constructivismo y escuela*.

292 Wood, “Alternative patterns of communication in mathematics classes”, 167-178.

293 Alro y Skovsmose, *Dialogue and learning in mathematics education*.

294 João Pedro da Ponte, Hélia Oliveira, María Helena Cunha e Irene Segurado, *Histórias de investigações matemáticas* (Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998).

[21]	Profesor	¿Cuál? (hace lectura rápida y entrecortada) ... entonces decimos que: este es X; digamos que este pedazo de aquí hasta aquí vendría siendo A menos dos X, sería este pedazo, este y este.
[22]	Est 2	No, es que dice en términos de X.
[23]	Profesor	¡Por eso! ...realizo una tabla de valores para la función, hago un cálculo aproximado de la función; es la gráfica ¿cierto?
[24]	Est 1	Ah, yo dije que no volvía a hacer gráfica, así que miren a ver cómo las hacen.
[25]	Profesor	¿Van a hacer gráfica?
[26]	Est 1	Sí, pero...
[27]	Profesor	Si es que la distancia...la idea es que no alcancé a sacarlos, que era darles la tarjetica... yo, por ejemplo, a ustedes les voy a dar... que esto acá la tarjetica tiene una medida de seis centímetros.
[28]	Est 4	Ah, ok; ¿pero no nos da la medida X? o sea...
[29]	Est 3	Tenemos que hallar la medida X.... acerque la regla por favor...
[30]	Est 1	Yo no la tengo.
[31]	Est 3	Él dice seis centímetros, ¿sí? un centímetro, dos centímetros, dos cuatro, cinco, seis...
[32]	Est 4	Acá abajo cabe eso, si son seis centímetros, entonces toca darle... entonces ya valdrían cuatro...
[33]	Est 3	Entonces, aquí serían seis centímetros, menos el valor de X.
[34]	Est 4	Dos X.

Igualmente, las preguntas del profesor buscaban una buena comunicación y aclarar dudas, para que hubiera más fluidez en el análisis que estaban haciendo los estudiantes²⁹⁵ [21], [23], [25] y [27]. La estructura de las clases tercera y cuarta de Juan presentan un trabajo inicial en grupos y luego se efectúa una socialización, que es apoyada por el docente, lo cual se ajusta al patrón de discusión²⁹⁶ y al de focalización²⁹⁷. Lo que se buscó al facilitar la interacción entre los estudiantes, fue darles sentido a los conocimientos personales de los estudiantes, es decir,

.....
 295 Luis Menezes, “Concepções e práticas de professores de matemática: Contributos para o estudo da pergunta” (tesis de Mestría, Universidade de Lisboa, 1995).

296 Voigt, “Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms”, 163-202.

297 Wood, “Alternative patterns of communication in mathematics classes”, 167-178.

el aula se puede asociar a un patrón dialógico²⁹⁸, así como a un patrón contributivo y reflexivo²⁹⁹. Estas características se pueden observar en el siguiente fragmento de transcripción, correspondiente a la cuarta clase de Juan (Tr4).

[6]	Estu1	Uy, mírala cómo quedó, mira cómo quedó... y esto... ¿si lo entiende?...
[7]	Estu2	¿Cómo te dio? ¿No te dio?... hice dos, tres... qué valores tiene...cuando vale uno, vale dos, menos dos, aquí dos, sí falta uno, es que aquí le hicieron falta... cuando vale dos, dos menos tres...?
[8]	Estu3	No, es que puedes sumar las que quieras...
[9]	Estu2	Cuando vale dos ¿dos menos tres, menos uno...?
[10]	Estu3	Puede ser, pero qué cuáles tres, no sea así, ahí está bien; pero esa sale... dos más raíz cuadrada de dos, cuánto te da? dos punto cuatro...
[11]	Estu2	¿Qué pasó? ¿quedó mal?
[12]	Estu1	Sí, ahí está bien... ¿el borrador qué lo hicieron?
[13]	Estu3	Me hizo pasar toda esta ficha para nada...
[14]	Estu2	Ya me iba a hacer cambiar todo (grosería).
[15]	Estu1	Cuando vale el uno ¿vale dos?
[16]	Estu2	Sí. Cuando vale dos, vale dos coma cuatro.
[17]	Estu1	Ya, no lo tenía todo mal; ¿la de dos punto cuatro sí tiene tabla de valores? Son dos tablas de valores. Venga a ver... ¿yo cuál estoy haciendo?
[18]	Estu2	Cuál es el dos coma cuatro?
[19]	Estu1	Espérame que lo estoy haciendo...
[20]	Estu2	¿X, menor que menos uno? ¿Será que así se entiende? o estará por líneas acá...
[21]	Estu1	Yo a esa clase no vine.

El profesor planteó un taller cuyo desarrollo era libre para los estudiantes, dejando abierta la discusión y permitiendo llegar a múltiples conclusiones, es decir, aplicó la discusión natural³⁰⁰. El objetivo de los estudiantes fue comprender las ideas de los demás, refutar y argumentarlas,

.....
298 Peressini y Knuth, "Why are you talking when you could be listening?"

299 Brendefur y Frykholm, "Promoting mathematical communication in the classroom."

300 Loska, "Teaching without instruction: The neo-socratic method", 235-246.

plantear nuevas propuestas, es decir, se utilizó el diálogo crítico³⁰¹, lo que corresponde a un patrón interrogativo³⁰². Lo que se vivió en el aula fue un proceso de razonamiento entre profesor y estudiantes que buscaba promover aprendizajes³⁰³. Lo anterior se evidencia en las líneas siguientes (TrJ4).

[181]	Profesor	Ojo, lo primero que necesitan ustedes para poder aplicar... por ejemplo, ella, en el eje vertical.
[183]	Est5	Aquí t, como dice que va en función de t, entonces t pequeña iría aquí en función de X.
[184]	Profesor	Esa t pequeña qué significa.
[185]	Est5	Tiempo y esta sería la temperatura, para graficar sería... tendríamos que... pues digamos si el tiempo ...
[186]	Profesor	Ojo, lo que dice el compañero es importante sobre todo en el ejercicio séptimo que necesitaban hacer cambios de escala ¿cierto?
[187]	Est7	Digamos que es... de temperatura 58.
[188]	Profesor	En la representación gráfica cómo tendría que tomar las unidades, la escala que toma en el eje Y de cuánto tendría que sumar, por ejemplo.
[189]	Est6	De 10
[190]	Profesor	De 10 en 10, ¡listo!
[191]	Est5	¿No más?
[192]	Profesor	¿De a cuánto?
[193]	Est4	Yo diría de 10 en 10, entonces sería X, X a Y, entonces aquí sería T, y si T vale 0 entonces la temperatura sería 88.
[[194]	Profesor	Aproximados.
[195]	Est7	Si el tiempo vale 2, la temperatura sería 57, y si vale 4, entonces sería 63.
[196]	Profesor	¿Escuchamos?

.....
301 Schwarz et al., "Teacher guidance of knowledge construction".

302 Sierpinska, "Whither mathematics education?", 21-46.

303 Velasco, "Un sistema para el análisis de la interacción en el aula".

Se evidencia ahora el protagonismo del estudiante y las pocas intervenciones del docente, lo cual implica, por sus características de participación, que es una clase dialógica³⁰⁴.

En la segunda fase, los patrones de interacción comunicativa propios del docente después de participar en el grupo de trabajo colaborativo son los siguientes: opinión del estudiante respecto de un tema matemático, pregunta corta del estudiante a sus compañeros, respuesta del estudiante —individual y corta—, aclaración no temática del estudiante, pregunta corta del profesor dirigida a todo el grupo y aclaración temática corta del estudiante. Se observa que todas las interacciones corresponden a acciones del estudiante, excepto la pregunta corta del profesor, que está dirigida a todo el grupo y que se dio justamente en la socialización, lo cual implica que el eje de la clase es el estudiante.

Se destaca que hay un cambio de patrones de interacción comunicativa, pues el profesor pasa de tener unos patrones centrados en el profesor a unos centrados en el estudiante. En la primera fase, el promedio de participación de los estudiantes en las dos clases fue de 35.76 %, aquí resalta el protagonismo del docente en el desarrollo de estas, es decir, se trata de un aula absolutista³⁰⁵, lo cual es propio de una metodología tradicional–tecnológica³⁰⁶.

En la segunda fase, el promedio de participación de los estudiantes en las dos clases fue de 81.7 %, se destaca el protagonismo del estudiante en el desarrollo de estas, o sea, se trata de un aula donde el estudiante en algunos momentos asume el control de la clase³⁰⁷, lo cual es propio de una metodología no tradicional-tecnológica. Lo anterior refleja la participación en tiempo de las clases de Juan, porque cambia de una clase en la que el que más participa es el docente, a una donde se prioriza la participación del estudiante.

.....
304 Godino, Contreras y Font, "Análisis de procesos de instrucción", 38.

305 Alro y Skovsmose, *Dialogue and learning in mathematics education*.

306 Porlan, *Constructivismo y escuela*.

307 Woods, *Investigar a arte de ensinar*.

