

UN ESCENARIO INVESTIGATIVO PARA APRENDER A TRAVÉS DE PROBLEMATIZAR EL ENFOQUE DE AULAS INVESTIGATIVAS

El reconocimiento de los diferentes tipos de aprendizajes, en este escenario investigativo se contextualizó en los aconteceres de esta trayectoria de participación de los sujetos de la investigación, a partir de identificar a Pedro y Mariana desarrollando actividades derivadas de problematizar una de las inquietudes más relevantes del grupo: trabajar aulas investigativas (AI). Este referente teórico fue presentado a través de lecturas que tenían un delineamiento conceptual derivado de un enfoque hecho por un grupo de investigadores portugueses de la Universidad de Lisboa³⁴⁰, denominado “Investigaciones Matemáticas”(IM); enfoque que presenta algunas similitudes y diferencias con el enfoque de resolución de problemas (RP) y los escenarios de investigación³⁴¹; hecho que se tornó significativo y relevante en las actividades de socialización del grupo encaminadas a encontrar sentido en su aplicación.

340 João Pedro da Ponte, et al . *Didáctica da matemática*. Lisboa: DES do ME, 1997; Joana Brocardo, “Investigações na aula de matemática: A história da Rita” *Actas ProfMat2001*. Lisboa: APM, 2001. 155-161; João Pedro da Ponte, “Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal” *Investigar em Educação 2* (2003): 93-169; João Pedro da Ponte, Joana Brocardo y Hélia. Oliviera, Op. Cit., 2003.

341 Ole Skovsmose, Op. Cit., 2012, 109-130.

Desde este enfoque, un AI es “aquella que supone el involucramiento de los estudiantes en tareas investigativas y, por tanto, ayuda a traer para la clase el espíritu de la actividad matemática genuina”³⁴². En este enfoque la tarea investigativa se diferencia de la actividad investigativa; la tarea es propuesta por el profesor y la actividad es la realizada por los estudiantes para resolver dicha tarea. Según Ponte *et al.*³⁴³,

Las tareas matemáticas en las que los alumnos se envuelven –problemas, investigaciones, ejercicios, proyectos, construcciones, aplicaciones, producciones orales, relatorías, ensayos escritos, etc.– proporcionan un punto de partida para el desarrollo de su actividad matemática. Las tareas deben despertar la curiosidad, el entusiasmo, apoyándose en sus conocimientos previos e intuiciones. La actividad puede ser física o mental, (...). Se refiere a aquello que el alumno hace en un contexto dado, puede incluir la ejecución de numerosos tipos de acción”³⁴⁴.

Bajo estas consideraciones, una tarea envuelve una situación de aprendizaje; la forma de abordarla conlleva explorar e investigar dos etapas constituyentes de la investigación matemática; por tal motivo, la Investigación Matemática, como enfoque, parte de considerar que en las clases de matemáticas es posible hacer que el alumno experimente la actividad de un matemático, en el sentido de que debe formular hipótesis y conjeturas, realización de pruebas y refutaciones, presentación de resultados, argumentaciones, discusiones y validaciones a sus compañeros y al profesor³⁴⁵. El enfoque de IM, como concepto educativo, atraviesa dos desafíos: uno de naturaleza conceptual y otro de naturaleza empírica³⁴⁶:

En términos conceptuales, importa analizar en qué consiste esta perspectiva y cómo se distingue de otras perspectivas semejantes, como la resolución de problemas. Importa analizar cuáles son sus posibles fuentes de legitimidad, o sea, las premisas en que puede

342 João Pedro daPonte, Joana Brocardo y Hélia. Olivieria, Op. Cit., 2003, 23.

343 João Pedro da Ponte, et al, Op. Cit., 1997.

344 João Pedro da Ponte, Op. Cit., 2003, 73.

345 João Pedro da Ponte, Joana Brocardo y Hélia. Olivieria, Op. Cit., 2003, 23.

346 João Pedro da Ponte, Op. Cit., 2003, 73.

darse su justificación. (...) Referente a la vertiente empírica, procuramos analizar lo que nos dicen los estudios efectuados en el terreno sobre los efectos que la realización de investigaciones matemáticas puede tener en la promoción de aprendizajes de los alumnos, sobre la posible adecuación a condiciones de trabajo y formación de profesores y sobre su eventual viabilidad en el seno del propio sistema educativo³⁴⁷.

Bajo este señalamiento, enfoqué mi atención en reconocer si en el grupo este concepto educativo asumía estos desafíos. En particular, me enfoqué en identificar y comprender cómo Mariana y Pedro los enfrentaban a partir de lo que aprendían. Como lo señalan las anteriores trayectorias de participación, la necesidad de abordar nuevas formas de considerar las situaciones problema para favorecer el aprendizaje en los estudiantes de educación básica y media, para lograr a través de ellas problematizar la práctica pedagógica matemática, este constituyó el objeto de investigación de algunas propuestas investigativas; por tal motivo, en algunas conversaciones del grupo fue posible reconocer cómo Mariana y Pedro transitaban por un proceso *de aprendizaje como experiencia*, derivado de (re)significar conceptos, formas de abordar la enseñanza de la matemática y el papel del profesor en el aula de clase; de *aprendizaje como hacer*, derivado de las acciones que emprendieron para llevar a cabo el planteamiento y aplicación de las AI en el desarrollo de sus clases; de *aprendizaje como devenir*, derivado de reconocer cómo sus formas de concebir la enseñanza de las matemáticas y su papel en el aula contribuían a su transformación, a la de sus conceptos, ideas y prácticas, finalmente, de *aprendizaje como afiliación*, derivado de reconocer su aprendizaje a través de hacer parte de la comunidad.

Partí de identificar que antes del reconocimiento de las AI como alternativa o foco de investigación, Mariana y Pedro señalaban la importancia de considerar en las prácticas pedagógicas matemáticas la argumentación y la aplicación de ejercicios como estrategia de enseñanza; así lo señala el siguiente fragmento de conversación:

³⁴⁷ Ibidem, 2003, 95.

PFA-Pedro: (...) el paradigma del ejercicio del todo no es malo, pues yo lo veo como una finalidad después de todo un proceso, cuando ellos construyan sus conceptos, y es una obligación para mí rematar todas las clases en ese paradigma o, mejor, en ese ambiente de aprendizaje.

EFI-Yeimi: a mí también me parece bueno concluir siempre con un ejercicio para que aplique lo que sabe.

PFA-Pedro: y si no los chicos se volverían más perezosos, porque solamente sería intentar que argumenten y, en algunos casos, no llegar a concluir nada.

PFA-Mariana: la argumentación siempre trae algo bueno, el problema es que no siempre se llega a lo que uno quiere que ellos hagan.

EFI-Luisa: no estoy muy de acuerdo; el texto que estoy leyendo del funcionamiento de la clase, según Ponte, que está en el one drive, recalca que las clases en matemáticas siempre tienden a moverse en el paradigma del ejercicio

FP-Lida: ¿y tú qué crees?

EFI- Luisa: yo pienso que sí, y ahí encontramos muchos de los problemas que hemos venido contando acá; pienso que se puede dar paso a otros ambientes de aprendizaje.

SG (19): 30-03-15

Ante la diversidad de los puntos de vista de algunos participantes del GCI, surgió en él la necesidad de leer, analizar y socializar delineamientos teóricos que fundamentaban las AI. El interés de socialización empezó con expresar las justificaciones sobre por qué analizarlo a través de reconocer posibles oportunidades para mejorar; no se acudió a la aplicación del referente inmediatamente, los participantes crearon espacios para expresar sus formas de comprender la naturaleza conceptual que lleva inmerso este enfoque. En las primeras sesiones, después de leer uno de los textos propuestos, algunos participantes se manifestaron así:

Las aulas investigativas son como una metodología que adquiere el docente para desarrollar su clase [Angélica, SG (20): 09-04-15].

(...) Yo creo que en las aulas es prioritario la relación con el contexto, es una forma que tiene el profesor de vincularlo, también es así en la resolución de problemas, pero acá se ve más claro [Marcos, SG (21): 16-04-15].

(...) yo trabajé mucho todo eso del ABP y las heurísticas, porque la profe donde hice mi práctica es máster en eso; yo veo cosas parecidas, pero esto es más complicado, es una metodología que sí tiene en cuenta el contexto, pero... yo veo que uno no sabe para dónde va [Mariana, SG (21):16-04-15].

Para mí es una metodología de enseñanza como la de resolución de problemas, para que los alumnos aprendan de forma significativa, pero tiene unos pasos especiales, como las investigaciones de los matemáticos [Pedro, SG (23):11-05-15].

En estas expresiones se reconocen los desafíos de naturaleza conceptual y empírica mencionados por Ponte³⁴⁸. En el caso de Pedro y Mariana, ellos dieron inicio a un tránsito por un *aprendizaje del hacer*; a través de la lectura, relacionaron el concepto de Aulas Investigativas con un tipo especial de resolución de problemas, con la metodología del Aprendizaje basado en problemas (ABP) o con una forma especial de heurística. Reconocieron el enfoque como metodología de enseñanza en la que se considera como elemento fundamental el contexto social, en donde el aprendizaje de los estudiantes se da en forma creativa y significativa en la medida que puede ser aplicado a nuevas situaciones constantemente; estas primeras características atribuidas al AI por Pedro y Mariana también son reconocidas por Ernest³⁴⁹, quien agrega que en el RP el profesor tiene el control sobre el contenido matemático por enseñar y sobre el modo de enseñarlo, en tanto que en las AI el profesor debe permitir que el alumno formule problemas y

348 João Pedro da Ponte, Op. Cit., 2003.

349 Paul Ernest, "Investigações e resolução de problemas e pedagogia", en *Investigar para aprender matemáticas. Proyecto MPT*, eds., P. Abrantes, L. Leal y J.P. Ponte, Lisboa: APM, 1996, 25-48.

cuestionamientos para ser investigados; en este sentido le otorga a este último enfoque un carácter emancipatorio.

A medida que se conversaba y se escuchaba de otros participantes sus interpretaciones en las diferentes sesiones del GCI, se fue dando la necesidad de abordar más lecturas relacionadas con las AI. En el caso de Pedro, él menciona: “(...) *ahora, leyendo los otros textos esto se me está pareciendo a los escenarios de aprendizaje que plantea Skovsmose; yo creo que las aulas son los escenarios dos, cuatro y seis*” [Pedro, SG (24): 09-08-15]. Esta relación también fue identificada por Castro³⁵⁰ y Fonseca³⁵¹. Al focalizar la atención de los participantes en la relación expuesta por Pedro, se revelan miedos y temores en su posible aplicación, como lo sugiere el siguiente fragmento de conversación:

EFI- Pablo: bueno de aquí salen muchos interrogantes. Si el escenario seis es un tipo de aula investigativa, entonces cuando yo leo esto me pregunto si tendré la capacidad para hacerlo, pues uno en un ambiente de aprendizaje de tipo seis hace una invitación a sus estudiantes a investigar, pero ¿qué pasa a partir de esa invitación?, uno no puede asegurar que los muchachos la van a aceptar, entonces ¿qué hacer si no la aceptan?, eso me tiene preocupado, siento que voy a improvisar en las clases.

FP-Lida: justamente esa lectura pone ese escenario como un reto.

EFI-Yeimi: sí, a mí también me da miedo, porque uno planea algo y veo que en la clase se pueden cambiar las cosas.

EFA-Mariana: yo he hecho cosas en las clases que no sé si se acerque a esos escenarios, pero surgen cosas

350 Juliana Castro, “Um estudo sobre a própria prática em um contexto de aulas investigativas de matemática” (*Tesis de Maestría en Educación*, Campinas: FE/Unicamp, 2004).

351 H. Fonseca, “Olha p’ro que eu digo mas não olhes p’ro que eu faço”, en *Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores*, eds., J.P.Ponte, A.I.Rosendo C.Costa, E.Maia, N.Figueredo y A.F.Dionisio, Lisboa: SEM_SPCE, 2002, 207-222.

que uno no planea; de hecho, yo no planeo de manera formal, yo estímulo mucho lo que dicen los estudiantes, es muy importante para ver su grado de entendimiento y su aprendizaje, pero se me ha dificultado un poco y yo pensaba que era por falta de planeación estricta y ahora acá veo que no hay que planear tanto [se ríe]. (...) Yo hice algo parecido en el pregrado, con actividades de argumentación a los niños, pero muchas veces no se llega a ningún lado, porque se queda uno ahí esperando argumentaciones concretas y no se dan, entonces eso es lo que no me deja arrancar a visualizar una investigación en esa dirección.

PFA- Pedro: (...) los estudiantes están muy ligados a lo que uno viene haciendo todo el tiempo; entonces ellos le solicitan a uno que lo siga haciendo así; ellos dicen: explíqueme, póngame un ejercicio. Yo a la medida que iba leyendo, iba pensando en mis estudiantes y decía: bueno, pero ellos me dicen explíqueme, profe, y si no yo no entiendo. O sea, esta nueva forma de ver los ambientes de aprendizaje, además de cambiarnos a nosotros también es cambiar en ellos esas formas [a las] que ya están acostumbrados y eso no lo veo tan fácil.

PFA-Mariana: la preocupación de Pablo también es la mía, porque yo, por ejemplo, la semana pasada no tenía mucho tiempo para un tema; entonces expliqué todo paso a paso y les dejé unos ejercicios, y ellos salieron felices y me decían: uyyy, profe, todas las clases debían ser así, súper, y no con esa preguntadera que le coge y esa interrogadera por todo. Entonces queda uno preocupado, ellos quieren el menor esfuerzo.

SG (24):09-08-15

En el caso de Mariana, ella acude a narrar sus vivencias para establecer una relación con la teoría que está interpretando; en esa interpretación reconoce y se identifica con las vivencias de

otros que le confirman la travesía que implicaría asumir nuevos retos para el desarrollo de sus clases. Sin embargo, también se identifica en ella una actitud de apertura hacia lo desconocido cuando afirma: “¿Saben qué es lo peor?, que así estamos nosotros acá, diciendo ¡uyy, nosotros no vamos a poder, sin ni siquiera haberlo intentado! Creo que debemos hacerlo y mirar cómo en cada caso se ajusta a nuestros modos de pensar y hacer; eso es muy importante, por lo menos para mí” [Mariana, SG (24):09-08-15]. En el caso de Pedro, él acude a expresar sus creencias sobre la didáctica de la matemática, afirmando, además, que “Yo estoy en contra de volver la matemática un juego, como en algunos casos se ve la didáctica de la matemática; eso para mí es primordial tenerlo en cuenta; entonces, este enfoque viene muy bien con mi forma de pensar, estoy motivado a pesar de reconocer que no es fácil” [Pedro, SG (24):09-08-15]. La relación con la teoría, que en ambos casos se está expresando, se basa en hacer coherente lo que se piensa con lo que hace. Las formas como Pedro y Mariana se enfrentan ante la novedad, señalan que su actitud ante la investigación parte de reconocer la importancia de pensarse como docente, de someter lo que se hace a un proceso de reflexión y análisis compartido, de tomar conciencia de lo que considera importante y de incorporar los cambios que ello amerite; de esta forma se expresa también una relación teoría y práctica³⁵², es decir, adquiere sentido el aprendizaje como “saber hacer”.

En esta trayectoria también fue posible identificar la (re) significación de conceptos y de nuevas formas de enseñanza de la matemática, como aprendizaje de la experiencia. En algunos momentos de las actividades de socialización fue necesario que los participantes manifestaran lo que entendían acerca de uno u otro concepto, como se señala en el siguiente fragmento de conversación:

PFA-Pedro: veo que para Mariana ambas cosas son iguales, ¿qué es el ABP, entonces, Mariana?

352 Carmen Álvarez, “La relación teoría-práctica en los procesos de enseñanza-aprendizaje” *Educatio Siglo*, 30, no. 2, 2012: 383-402.

PFA-Mariana: es comenzar con una situación problema; en el contexto del aula de matemáticas yo lo veo para la iniciación de una temática; digamos, se tiene un problema, se soluciona de una forma que ellos más o menos saben, luego se hace una síntesis de esa forma o algo así y se le dice al estudiante: ¿si ve que sí sabía?, a eso se le llama tal cosa [sic]. Lo último es el nombre o la palabra de lo que se esté trabajando.

PFA-Pedro: en aulas también se puede empezar con la pregunta, pero no siempre se da la misma posibilidad de que estás describiendo; así lo dicen Fiorentini y Skovsmose; no todo es ABP, usted siempre piensa en eso.

PFA-Mariana: pues, cómo no, si hice la práctica en la Normal con la profe; la nena me dejó esculpida con el ABP [sic]; o sea, mi primera dificultad con estos escenarios es diferenciar esas dos cosas, incluida la resolución de problemas; no sé todavía qué tiene de particular una u otra. Yo quiero seguir trabajando en esto y complicarme teóricamente hasta que lo entienda, para poder llegar a aprender sobre eso.

SG (30): 12-10-15

Mariana señala su dominio de la metodología del aprendizaje de las matemáticas a través del ABP, reconoce en ello la influencia de su proceso de formación inicial cuando era practicante; sin embargo, también identifica como otra influencia un proceso de formación derivado de asumir que ella primero debe dominar teóricamente lo referente a la RP y las AI, para después sí aplicarlas; desde este punto de vista, ella asume una perspectiva aplicacionista, que Fiorentini³⁵³ señala como un enfoque coexistente en los programas de formación de profesores de matemáticas, que enfatiza en la “enseñanza sobre RP”. Cuando ella manifiesta la necesidad de seguir en su análisis teórico está expresando, además, la necesidad de sentirse

353 Dario Fiorentini, Op. Cit., 2011.

identificada con lo que el grupo está analizando; es una forma de señalar su compromiso con el objetivo del grupo, de esta manera se identifica un *aprendizaje por afiliación*.

El reconocimiento de la necesidad de continuar interpretando las lecturas no solo fue de Mariana; algunos participantes del GCI manifestaron constantemente que solo cuando quedara explícita la diferencia entre los diferentes enfoques (ABP, RP, AI) podrían intentar plantearse posibilidades de construcción de ambientes de aprendizaje bajo el enfoque de AI; sin embargo, la ocasión de construir las AI y trabajarlas fue siendo más recurrente en los participantes del Grupo; paulatinamente se fueron escuchando afirmaciones como las siguientes:

(...) necesitamos construirlas porque ya hemos leído y debatido; ahora debemos hacerlas y ver cómo funcionan; así uno va viendo qué tienen de bueno de verdad [Andrea, SG (35): 10-04-16].

Debemos dar el paso, aunque me da miedo, porque pienso que no es fácil, pero creo que ya es hora [Angélica, SG (35): 10-04-16].

Yo voy a intentar pensar una [un aula investigativa], pero no sé si resultará [Lorena, SG (33): 15-03-15].

Yo ya intenté ver cómo me funciona y la traigo acá para que la resolvamos; es con un grupo de aptitud matemática [un curso de la Licenciatura], creo que allá sí se puede hacer esto más fácil [Pedro, SG (33): 15-03-15].

Ante la afirmación de Pedro, el grupo se dispuso a analizar desde cada perspectiva individual si dicha actividad era o no una AI; sin embargo, Pedro no solo quería ese análisis, sino, además, que los profesores presentes resolviéramos la actividad como si fuéramos sus estudiantes. Esta actividad él la denominó "El quehacer matemático en la resolución del problema geométrico de Euler. Sus puentes e islas" y fue desarrollada en el GCI. A partir de esa actividad pude identificar que Pedro transitó por un *aprendizaje como afiliación*, que estuvo inicialmente marcado por sus dudas y temores; así lo refleja la siguiente afirmación:

(...) tenía una actividad de aptitud matemática que estaba reestructurando, y aproveché ese momento, la hice y la presenté al grupo. En ese momento, cuando la presenté, tenía muchas dudas: hasta si mis preguntas estaban bien hechas, si la actividad sí permitía lo que yo pretendía, pues porque yo soy de las personas que pienso que si un juego se mete al aula de clase no es por jugar solamente y divertirse, sino que debe permitir que el estudiante construya algún conocimiento, y si no es mejor dejar fuera el juego y explicar el concepto común y corriente, como comúnmente lo hago yo. Entonces yo planteé mi actividad en el grupo para que la desarrolláramos, era sobre una representación de unas figuras con unas características [Pedro, Entrevista].

Del momento de socialización, él reconoce un aprendizaje derivado de una reflexión conjunta sobre el sentido y alcance de cada situación problema propuesta, pues:

(...) durante la actividad, entre unos y otros me decían: esta pregunta no es clara, esta pregunta va para otro lado, y fuera de eso, cuando me hacían preguntas como ¿yo tengo esto y después que hago?, yo empecé a preguntarme ¿cuál es el sentido?, y eso me pareció chévere. Porque podían estar las preguntas y el supuesto diseño de la actividad, pero yo quedé con la duda de qué se hacía después, eso era un inconveniente, ¿para qué hacer las cosas, entonces?, yo debía saberlo como docente, para no terminar diciéndoles, como ese día sucedió, como le dije a alguien del grupo: haga tal cosa, ¿no lo ve?; es decir, terminé diciéndoles todo, la solución de la actividad o conduciéndole [conduciéndolos] con las pistas y no les permití que llegaran a lo que yo quería o pretendía [Pedro, Entrevista].

Esta reflexión compartida permitió que Pedro propiciará un nuevo sentido del papel del profesor en el desarrollo de estas actividades, pues él menciona que “Después pensaba con las observaciones de todos: claro, esa no es mi tarea, mi tarea es permitirle que explore, que construya y reconstruya ideas matemáticas, y yo con lo planeado no permití que pensarán, sino les estaba preparando un camino para seguirlo, y si no lo seguían yo los metía al camino” [Entrevista Pedro]. En las AI el rol del profesor como mediador es fundamental:

Existe a veces la idea de que para que el alumno pueda, de hecho, investigar es necesario dejarlo trabajar de forma autónoma y, como tal, el profesor debe tener solamente un papel de regulador de la actividad. Sin embargo, el profesor, bajo esta perspectiva, continúa siendo un elemento clave en estas aulas, ayudando al alumno a comprender lo que significa investigar y aprender a hacerlo³⁵⁴.

El arrojó de Pedro como primera posibilidad para el planteamiento de las AI no solo propició ese nuevo sentido del papel del profesor en el aula de clase, sino que además permitió que el grupo viviera un momento de formación que puede identificarse con lo que Fiorentini³⁵⁵ llama un enfoque de formación de profesores de matemáticas, que enfatiza un “aprendizaje sobre RP”; es decir, una formación derivada de la necesidad de que el profesor asuma un papel central en la construcción de su conocimiento sobre el RP y al hacerlo se establece una relación dialógica entre teoría y práctica; en este caso, este abordaje puede interpretarse como un “aprendizaje sobre AI”. Visto de esta forma, Pedro transitó por un *aprendizaje como experiencia* derivado de dar un nuevo significado a la relación teoría-práctica.

Posterior a la actividad de Pedro en la que los profesores transitamos por un “aprendizaje sobre AI” en términos de Fiorentini, pude identificar la siguiente situación dialógica:

PFA-Mariana: necesariamente, el profesor tiene que conducir la actividad; la diferencia está en si mostrándoles el camino o, como yo veo que es en las aulas, por medio de preguntas. Entonces la actividad de conducir es diferente, porque en la primera se está buscando el camino correcto y en la segunda no se esperan respuestas únicas.

FP-Alfonso: el rol del profesor sería encauzar a través de preguntas; responder con preguntas para generar argumentación en los estudiantes.

354 João Pedro da Ponte, Joana Brocardo y Hélia. Olivieria, Op. Cit., 2003, 26.

355 Dario Fiorentini, Op. Cit., 2011.

- PFA-Pedro: los estudiantes y uno, creo, estamos viciados a contestar o a que uno les conteste todo el tiempo si lo que dicen está bien o está mal.
- FP-Lida: el riesgo de contestar con preguntas es que el muchacho decae muy rápido, se desmotiva; eso lo comentamos acá cuando hicimos la de Pedro.
- FP-Alfonso: sí, hay que pensar en tiempos para eso; también veo que una característica de las aulas investigativas es que surgen cosas que no se han previsto, porque son actividades que dan apertura, y hay que tener en cuenta eso para llegar a los objetivos que como profesor se proponen
- FPA-Mariana: a mí me ha pasado que cuando ellos intentan hacer demostración de una propiedad y cogen casos particulares..., si estamos en la universidad no puedo permitir que cojan 10 elementos para decir que la propiedad no se cumple, ahí pienso que el docente debe intervenir, porque lo que se quiere ya es el proceso de generalización. Entonces, cómo lograr llegar orientando y no conduciendo, en el sentido de mostrarle casi el camino.
- EFI-Lorena: no creo que, con las demostraciones, por ejemplo, esas de lógica, se pueda; ahí toca mostrar el camino, y si no ¿cómo?
- PFA-Angélica: yo creo que las aulas investigativas no se pueden aplicar a [usar en]todas las matemáticas...
- FP-Alfonso: yo lo que creo es que no estamos acostumbrados a hacer ese tipo de trabajo y, por lo mismo, no las vemos convenientes; se requiere cambiar el chip y dejar el estado de confort; las aulas requieren más tiempo, pero algo de lo que ya nos dimos cuenta acá es que se planea para un tema y resulta que se pueden ver otros ligados a ese tema que no necesariamente se tenían previstos; entonces eso implica mucho tiempo para diseñarlas
- PFA-Angélica: creo que no tenemos todavía la habilidad para su diseño, pero debemos empezar de alguna forma, creo que en algún tiempo vamos a estar

tan expertos que no voy a necesitar sentarme por horas a pensar qué voy a preguntarles...

SG (33):15-03-16

En este diálogo, las interpretaciones de las AI estuvieron dirigidas a encontrar diferencias con otros enfoques, al riesgo que implica aplicarlas y a la necesidad de asumirlas. En este caso, Mariana destaca la labor del profesor en desarrollo de las diferentes situaciones de aprendizaje y el carácter abierto de dichas situaciones en el caso de las AI; su afirmación permitió identificar un *aprendizaje como experiencia*, derivado de continuar (re)significando el concepto de las AI; su nuevo significado atiende a lo señalado por Ernest³⁵⁶ al reconocer el carácter emancipatorio de dicho enfoque como un elemento diferenciador del RP, pues las situaciones-problema abiertas permiten múltiples posibilidades para la exploración y la investigación. Su nuevo significado también va al encuentro de lo señalado por Ponte, Fonseca y Brunheira³⁵⁷, quienes diferencian este enfoque del de RP, señalando que en este el objetivo es encontrar el camino para llegar a algo ya previsto, pero este camino no es tan accesible de inmediato; por tal motivo, consideran este proceso como convergente, mientras que en las AI el objetivo es explorar todos los caminos que surgen a partir de hacer el análisis a la situación propuesta; en este caso, el proceso es divergente, pues se conoce el punto de salida pero se desconoce el de llegada.

A partir del momento en que Pedro presenta la actividad, fue más recurrente que los participantes del GCI asumieran el desafío de naturaleza empírica que señala Ponte³⁵⁸, derivado de su aplicación; ese desafío encontró en cada participante posibilidades y limitaciones; algunos inicialmente se manifestaron así:

(...) la semana pasada dejamos la tarea de escoger un tema y planearlo en aulas investigativas, y en realidad eso me ha

356 Paul Ernest, Op. Cit., 2003, 93-169.

357 João Pedro da Ponte, H. Fonseca y L. Brunheira. "As actividades de investigação, o professor e a aula de matemática" *Actas do ProfMat* 99. Lisboa: APM, 1999, 91-101.

358 João Pedro da Ponte, Op. Cit., 2003, 93-169.

parecido muy difícil; yo pienso y pienso y creo que estoy haciendo como la resolución de problemas, no logro encontrar la diferencia [Martha, SG (33): 15-03-16].

Yo cogí a revisar algunos de los problemas planteados por el ICFES, pues nos guste o no, debemos interpretar qué es lo que quieren medir con nuestros estudiantes y prepararlos para eso, entonces yo, por ejemplo, encontré una situación en la que Juanito va al banco..., hace tal cosa, y yo pensaba ¿cuántos niños van al banco?, ¿crédito por libranza?, ¿tarjeta de crédito?, y pues aunque esa no me pareció una realidad, para mis estudiantes, pues, les cuento que tampoco pude adaptarla como para AI [Angélica, SG (33): 15-03-16].

Yo pensé dejarles una situación problema sin datos y dejar que ellos consulten cada cosa; el problema es el tiempo y el resto de contenidos me quedan como volando, eso me preocupa [Liliana, SG (33): 15-03-16].

Luego, acudieron a aplicar algunas situaciones que ya se encontraban diseñadas en algunos libros de texto y afirmaron lo siguiente:

(...) Yo apliqué la que está en el libro de Ponte, la actividad para hallar el área de una figura geométrica, y ellos duraron una hora y no sabían qué hacer, no sabían los conocimientos previos, parecía que no saber las fórmulas les impedía realizar la actividad (...); después fue una actividad con preguntas, y uno confundía a los otros y así, fue terrible (...); incluso hice esa actividad con noveno y ahí fracasé totalmente, finalmente, ellos se rindieron y me manifestaron volver a las clases normales [Martha, SG (34): 10-04-16].

Posteriormente, otros diseñaron las propias AI y narraron sus experiencias; una de ellas es la relatada por una profesora que trabaja en el área de estadística:

Yo quiero compartirles que traté de hacer un aula investigativa, pues no creo que como tal se pueda denominar así, porque no hice todo el proceso completo que hoy pienso que se podría haber hecho; es decir, no solo explorar, sino llegar hacer una verdadera investigación. Empecé haciéndoles unas preguntas, y en algún momento en la clase me sentí impotente, llegué a decirles: bueno, van a trabajar o vuelvo y cojo el tablero. Yo veía que ellos no hacían nada... y me preguntaba: ¿qué estoy

haciendo? Cuando entra uno a una clase pensando que va a hacer otra cosa diferente, uno siente miedo, cuando entré ayer a clase me sentí como cuando uno va a dictar la clase por primera vez y no sabe qué esperar.

Anoche escribí esto para saber y decirme a mí misma qué debo modificar de mí, porque la sensación que tuve en la clase fue como de salir corriendo, pero en realidad en ese momento no sabía por qué; al escribir creo que empecé a entender algunas cosas. Yo escribí que lo que me pasó ayer tuvo mucho que ver con que no identifiqué cuál era mi papel en el salón de clase; yo me limité a plantear las preguntas que había preparado, asigné relatores para la actividad en cada grupo que armé, esperando que se suscitara las conversaciones en cada grupo, pero me daba cuenta de que las conversaciones eran muy forzadas y que los relatores ni siquiera tomaban apuntes...; entonces se pasaba el tiempo y yo veía que no ocurría nada. Yo escribí lo siguiente: tomaron la hoja, se miraron y nadie decía nada...; aquí tuve la tentación de volver a mi clase tradicional y darles las definiciones y hacer la aplicación con los ejercicios. Me salí del salón por un momento, respiré profundo, rogué a Dios paciencia y volví a entrar, pues mi sensación era de no saber qué hacer... Entré y modifiqué en el momento metodológicamente la actividad, sugerí escribir de forma individual aquello que estaba requiriendo socializar primero en grupo; después de esa escritura pedí socializar solo por parejas; ahí me di cuenta de que había mayor diálogo cuando hubo la oportunidad de dar a conocer la forma como se habían abordado las preguntas; me quedé impactada de las cosas tan interesantes que salieron, me di cuenta de que en la mayoría de los casos yo desvalorizo las ideas de los estudiantes y realmente son una fuente de trabajo muy productiva y contextualizada. Yo eso lo tengo acá escrito y hace parte de mi análisis del trabajo de mi investigación (Trabajo de grado de maestría).

Les cuento que yo grabé esa actividad y me siento terrible escuchándome. Digo unas cosas que cuando me estoy escuchando yo me pregunto: ¿qué estoy diciendo? y ¿la gente tiene que escucharme todos los días?... ¡qué horror! Estoy tan preocupada..., además, tengo la tendencia de que me están hablando y yo ni siquiera dejo terminar de hablar y ya estoy diciendo no..., eso no es así, porque tal cosa..., y continúo y yo ya estoy redondeándole la idea... o les doy ya la respuesta. Me siento en conflicto... [Angélica, SG (34): 10-04-16].

A partir de escuchar los relatos Pedro manifiesta que:

(...) pues entonces voy a pensar mejor los tiempos y, sobre todo, que realmente los chicos puedan entusiasmarse con la actividad, o sea, que ellos sientan que la pueden desarrollar en tiempos adecuados, que no es necesario saber todos los contenidos matemáticos para hacerlo; el problema es que me quedo ahí y después me pasa, como han dicho, que no llegué a nada [Pedro, SG (34): 10-04-16].

Derivado de sus afirmaciones se identifica un *aprendizaje como afiliación*, dado que su participación en el grupo le permite reconocer, como lo señala Oliveira³⁵⁹, que cuando los profesores de matemáticas nos enfrentamos a la realización de dichas actividades nos encontramos con la necesidad de superar obstáculos ligados al tiempo requerido para el desarrollo de las actividades y la limitación en cuanto a lo programado curricularmente y la organización de los currículos por contenidos; sin embargo, también aprende que una forma de lidiar con esos obstáculos está en la oportunidad de compartir sus vivencias cuando participa en el grupo. En el caso de Mariana, ella manifiesta que:

(...) es muy complicado controlar lo que va a pasar en el salón de clase; esa sensación de inconformidad con lo que uno hace en el salón yo también la he vivido, y me pone mal, me empiezo a preguntar por qué no hice esto y lo otro, y también me pasó como a la profe Angélica, yo ya deseché escucharme, es jartísimo, porque uno se da más duro, por todo lo que dice; yo más bien pienso lo que me pasó en la clase y escribo, veo que eso funciona mejor. Yo creo que lo que yo he hecho no son aulas investigativas, pues yo los cuestiono, ellos deben argumentar, pero si así no les gusta, no me imagino haciéndoles todo el tiempo esto, que video esto [sic]..., no está fácil [Mariana, SG (34): 10-04-16].

Su afirmación señala que continúa en un proceso de identificación o no identificación con las actividades generadas en el

359 Hélia Oliveira, "Actividades de investigação na aula de matemática: aspectos da prática do professor" (*Tesis de Maestría*, Lisboa: Universidad de Lisboa. APM, 1998); Hélia Oliveira, "Vivências de duas professoras com as actividades de investigação" *Quadrante* 7, no 2 (1998b): 71-98.

GCI; por tal motivo, se reconoce un *aprendizaje como afiliación* sobre el cual se expone un problema de confianza derivado de proponer situaciones bajo el enfoque que han venido problematizando y, además, de orientar dichas situaciones en la clase. Este problema de confianza está relacionado con las bajas expectativas sobre el desempeño y motivación de sus estudiantes, con la percepción de dificultad del enfoque de AI y de la consciencia de su inexperiencia³⁶⁰. En este sentido, la comunidad fortalece espacios para consolidar procesos de confianza a través de la realización y escucha de las experiencias tanto positivas como negativas, de tal forma que su involucramiento en ellas, propicia nuevos aprendizajes a través de los nuevos significados que otorga al desarrollo de ellas.

La forma como Pedro y Mariana se enfrentan ante la novedad de desarrollar actividades de investigación tiene que ver con su visión sobre la matemática, los currículos, la enseñanza, el aprendizaje y su actividad profesional³⁶¹. En este sentido, a través de los relatos ellos transitan por *aprendizaje como afiliación*, dado que a partir de las experiencias vividas por cada participante ellos se identifican con visiones de la matemática que pueden ir desde posiciones absolutistas hasta considerarla como actividad investigativa, lo cual valoriza o desvaloriza el desarrollo del enfoque de IM. También pueden identificarse con procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que privilegien los contenidos y cálculos procedimentales o con procesos que señalen diferentes formas y ritmos de aprendizaje, problematizando fines curriculares. Así mismo, también puede identificarse con las actividades de un profesor que involucra a otros como pares para reconocer y reconocerse en cada vivencia relatada y de la cual puede aprender, en contraposición de asumir su actividad como profesor en solitario.

360 L. Brunheira, "O conhecimento e as atitudes de três professores estagiários face a realização de atividades de investigação na aula de matemáticas" (*Tesis de Maestría*, Lisboa: Universidad de Lisboa. APM, 2000).

361 María Helena Cunha, "Saberes profissionais de professores de matemática: dilemas e dificuldades na realização de tarefas de investigação" (*Tesis de Maestría*, Lisboa: Universidad de Lisboa. APM, 1998).

Se identifica, además, un *aprendizaje como experiencia* derivado de los nuevos significados dados a la matemática, a la enseñanza y al aprendizaje, así como también a su actividad como profesor. Estos significados son revelados a medida que cada uno de ellos se enfrenta al desafío y acoge la novedad a partir de viabilizar y emprender nuevas prácticas y justificar el por qué lo hace. Ese desafío lo asumió Pedro; él presentó una tarea investigativa derivada del problema de los puentes de Königsberg, para que un grupo de estudiantes se involucrara en actividades investigativas.

Pedro describe en el análisis de su actividad que él se propuso desarrollar dos etapas en esta actividad investigativa. La primera etapa la llama “exploración y construcción de conjeturas”, sobre la cual manifiesta que “(...) en esta etapa, algunos estudiantes no saben qué hacer, tienen obstáculos para dibujar las figuras. Preguntan constantemente ¿cómo se hace una conjetura?” [Diario de campo]; por tal motivo, relata que utilizó la siguiente situación dialógica vivida en la clase, para ejemplificar lo que implica un proceso de conjeturar:

Estudiante A: profe, ¿cómo se hace esta figura? Por más que intento no se puede dibujar.

Profesor: estás haciendo una afirmación: “la figura no se puede dibujar”, piensa por qué motivo no se puede hacer. Pero ten presente que yo no he dicho que la figura no se puede resolver [la actividad], es una afirmación tuya, que tienes que comprobar si es verdadera o falsa.

La situación dialógica según Pedro provocó que los estudiantes de forma individual y grupal realizaran clasificaciones de las figuras como fáciles y difíciles, o de vértices pares e impares; intentaran descubrir un patrón del recorrido de los segmentos y escribieran oraciones para justificar sus afirmaciones como verdaderas o falsas. Pedro narra que las afirmaciones realizadas por cada grupo de trabajo fueron permitiendo paulatinamente dar respuestas a interrogantes propuestos en la actividad inicial y avanzar hacia la segunda etapa que llamó “comprobación y justificación de conjeturas”.

En el trabajo realizado tanto individual como en grupo tenemos que las figuras que no se pueden realizar es porque tienen líneas de entrada, pero no de salida (Grupo C)

Eso es falso, porque la figura de la casa tiene dos vértices con esa característica (Grupo D)

En los puntos de encuentro llegan un número par o impar de líneas, se puede decir que son vértices de líneas de llegada pares o impares (Grupo A).

Pero las figuras que tienen más de dos vértices de llegada impar, no se pueden dibujar de un trazo (Grupo E).

Nosotros tenemos la siguiente conclusión: si la figura tiene más vértices de líneas de llegada impares que pares no tiene solución (Grupo F).

Sí, eso se cumple para las figuras que tengo en mi cuaderno (Grupo, D)

Si todos los vértices de la figura son pares, termina donde inicia (Grupo, A).

Con solo mirar la figura se puede decir si se puede dibujar en un trazo o si termina donde inicia (Grupo, C). [Pedro, Diario de campo].

El análisis que Pedro realiza le permite afirmar que, en el enfoque de las AI:

(...) no es suficiente con decirle a un estudiante “construya conjeturas de la exploración que va a realizar”. En la actividad se observó que conjeturar es un proceso complejo que requiere de experiencia, porque es una habilidad de “Formular, comprobar y modificar conjeturas” (Mason, Burton y Stacey, (1988), p. 92). Los estudiantes duraron dos sesiones para atreverse a realizar las primeras afirmaciones, sin embargo, estaban alejadas del objetivo de la actividad. Como docente me preguntaba: ¿Cómo hacer para orientarlos en la búsqueda de las respuestas, sin cometer el error de decirles qué hay que hacer?.

Un aspecto interesante que no se tenía presente en la planeación de la actividad fue la articulación que se dio en el trabajo individual y grupal. Primero, cada uno exploró y realizó conjeturas de la actividad; después, el trabajo en grupo emergió como una necesidad, donde cada estudiante tenía algo que aportar. Al llevar un tiempo obstaculizados en

el dibujo de algunas figuras, buscaban unos a otros ayudarse en la actividad, por ejemplo, el estudiante C sugiere al profesor: “podemos trabajar con otro compañero, profe, en las indicaciones mencionó que se iba a trabajar en equipo”. Entonces en ese momento se consideró el paso a las siguientes fases.

Se puede ver que los estudiantes siempre esperan encontrar respuestas únicas y que casi siempre sean rápidas de encontrar, también que nunca esperan aprender a través de comprobar que lo que están afirmando es falso, de esa forma también se aprende. [Pedro, Diario de campo].

En la actividad propuesta por Pedro se identifica que los estudiantes se envuelven en la realización de una investigación matemática, dado que él logra que ellos, en un primer momento, reconozcan la situación, exploren cómo abordarla y se formulen preguntas; en un segundo momento, formulen conjeturas a partir de encontrar afinidades o diferencias en los recorridos de las figuras; en un tercer momento, hagan pruebas y confirmen o desechen las conjeturas realizadas y finalmente avancen hacia la argumentación de sus pruebas, aunque no logren llegar a procesos demostrativos en el desarrollo de la actividad. Estos momentos son llamados por Ponte, Ferreira, Varandas, Brunheira y Oliveira³⁶² “momentos de una investigación matemática” necesarios para ser desarrollados en AI. De tal forma que en la elección y decisión de aplicación de Pedro se reconoce un *aprendizaje como afiliación* derivado de su compromiso con el desarrollo de las actividades surgidas en el GCI.

Se identifica un *aprendizaje como hacer*, dado que se involucra en las acciones de escribir y narrar para registrar su práctica, como constituyentes de la naturaleza emergente que va surgiendo en la comunidad. Cuando Pedro registra su práctica asume que “(...) las acciones de sus alumnos le posibilitan complementar las ideas presentadas por ellos, como un instrumento de acompañamiento sistemático del modo de pensar de sus alumnos, ofreciendo un

362 João Pedro da Ponte et al. “O trabalho do professores numa aula de investigação matemática” *Quadrante*, 7, no 2, 1998: 41-70.

instrumento de reflexión y evaluación”³⁶³ y como tal, “favorable para la reflexión y la construcción de una actitud investigativa por el profesor, contribuyendo así a su propio proceso de formación (...)”³⁶⁴.

Así mismo, se identifica un *aprendizaje como experiencia*, a través del análisis presentado. En este análisis él expone el motivo por el cual pensó en el desarrollo de esta actividad; se identifica su intención asumiendo el desafío de “(...) crear oportunidades de enseñanza que lleven al futuro profesor a profundizar su conocimiento matemático y fortalecer la base de sus construcciones”³⁶⁵. A través de ese desafío se destaca su labor como profesor dirigido a la provocación constante del estudiante para que continúe en el empeño de seguirse cuestionando³⁶⁶. Desde luego, hay que destacar que esta labor es (re)significada, pues, como se ha señalado anteriormente, su tendencia se dirigía a dar respuestas y obligarlos a seguir un camino según sus propias palabras.

Pedro destaca que los estudiantes pudieron, finalmente, llevar un proceso de conjeturación muy significativo, pero que no reconocen que fue a partir de conjeturar que pudieron hacer sus primeras conclusiones. En este caso, él asume que el estudiante debe identificar que se encontraba en ese proceso; esto implica un *aprendizaje como experiencia*, un nuevo significado que ha atribuido a las AI, el cual está asociado a enseñar sobre las AI, tendencia que puede ser heredada de la RP.

363 Regina Celia Grando, “A escrita e a oralidade matemática na educação infantil: articulações entre o registro das crianças o registro da práticas dos professores”, en *Indagações, reflexões e práticas em leituras e escritas na Educação Matemática*, eds., A. Nacarato y C.E.Lopes, Campinas: Mercado de letras, 2013, 46.

364 Amanda Cristina Lopes, *Educação Infantil e registro de práticas*. São Paulo: Cortez, 2009.

365 Beatriz D’Ambrosio, “Conteúdo e metodologia na formação de professores”, en *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores*, eds., Dario Fiorentini y Adair Mendes Nacarato, São Paulo: Musa Editores, 2005, 31.

366 João Pedro da Ponte, Op. Cit., 2003.

Schroeder y Lester³⁶⁷ y Lambdin y Walcott³⁶⁸ identificaron tres tendencias que marcaron los enfoques a nivel internacional de la resolución de problemas; enseñar sobre resolución de problemas (siguiendo a Polya), enseñar Matemáticas para resolver problemas (aplicando lo que se aprende como una alternativa pedagógica) y enseñar a través de la resolución de problemas (la resolución de problemas como metodología de enseñanza). En las dos primeras tendencias el centro de enseñanza es el profesor, los contenidos y los procedimientos que debe enseñar. En la primera tendencia, los procedimientos y las heurísticas de la resolución de problemas son los contenidos que deben ser aprendidos por los alumnos y el profesor. En la segunda, es el propio contenido matemático el que debe ser aprendido y después aplicado. En la tercera tendencia, el énfasis recae sobre el alumno y los procesos de aprendizaje y de resolución de problemas, desafiando la capacidad de creatividad de alumno para hacer matemáticas³⁶⁹. En este caso, el desarrollo de la actividad de Pedro se identifica con una enseñanza a través de las AI.

Desde luego, a partir de la participación de unos y otros en el emprendimiento de construir AI se identifica que aún la comunidad se encuentra estableciendo relaciones entre la teoría de las AI y sus prácticas de aula, como posibilidad de continuar (re)significando las nociones de investigación matemática, aulas investigativas, tareas investigativas y actividades investigativas; así también identificar las relaciones entre profesor, estudiante y conocimiento matemático. Continuar bajo este empeño permitirá, seguramente, asumir sus limitaciones y potencialidades a través de dinamizar colaborativamente formas de propiciar cambios en las prácticas pedagógicas matemáticas y contribuir al proceso

367 T.L.Schroeder y Frank.K. Lester JR. "Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving" en *New Directions for Elementary School Mathematics*, eds., P.R. Trafton y A.P. Shulte, Reston: NCTM, 1989, 31-42.

368 Diana Lambdin y Cristal Walcott. "Changes through the Years: Connections between Psychological Learning Theories and the School Mathematics Curriculum" En *The Learning of Mathematics. Yearbook 2007*, eds.,W.G. et al. Martin, 3-25. Reston VA: NCTM, 2007.

369 Dario Fiorentini, Op. Cit., 2011, 3.

construyendo un camino de aprendizaje que no es definitivo, es temporal, es cambiante y continuo, que no puede ser reflejado en su totalidad por lo señalado en estas trayectorias pero que bajo la complejidad de las interacciones se reconoce como un terreno para continuar explorando.

Un escenario para el reconocimiento. El aprendizaje como devenir

Wenger³⁷⁰ asume que el aprendizaje tiene la capacidad para transformarnos, modificando nuestra potencialidad de participar, pertenecer y negociar significados; esa capacidad de transformación está relacionada con el aprendizaje como devenir asociado al concepto de identidad. En este escenario investigativo, este aprendizaje se evidencia en los relatos de Mariana y Pedro, pues en ellos se relaciona un cambio ligado al proceso por el cual ellos comprenden sus acciones a través de su participación en el proceso de constitución de la comunidad; en este sentido, la identidad que el profesor va construyendo se entiende como un proceso o camino por el cual ese profesor, individual o colectivamente, se va entendiendo a sí mismo³⁷¹. De tal forma que el escenario revelado refleja de alguna manera un espacio para un proceso identitario, en el sentido expresado por Novoa:

(...) la identidad no es un algo adquirido, no es una propiedad, no es un producto. La identidad es un lugar de luchas y conflictos, es un espacio de construcción de maneras de ser y estar en la profesión. Por eso es más adecuado hablar de un proceso identitario, recalcando la mezcla dinámica que caracteriza la manera como cada uno se siente y se dice profesor ³⁷².

En este sentido, Mariana y Pedro, como sujetos de la experiencia, son acá expuestos como sujetos múltiples sobre los

370 Étienne Wenger, Op. Cit., 2001; Etienne Wenger, Op. Cit., 2013, 246-257.

371 Nicole Mockler, "Beyond what works: understanding teacher identity as a practical and political tool" *Teachers and Teaching: Theory and Practice*, 17, no. 5, 2011: 517-528.

372 Antonio Nóvoa, *Profissao professor*. Eds., 2a.ed. A. Novoa. Portugal: Porto Editora, 1999, 16.

cuales su constitución de identidad se da en las y por las voces que se propagan o resuenan en los muchos ecos oídos y resonados³⁷³ de todos los participantes de la comunidad, como actuantes y, de los autores e investigadores con los cuales se estableció un diálogo para tejer el entramado del sentido y significado del aprendizaje. Estas voces fueron oídas en el marco de sus trayectorias de participación en la comunidad, que los reconoció en determinados momentos como profesores, como estudiantes investigadores, como egresados de un programa que forma profesores; en donde sus aprendizajes a lo largo de las trayectorias determinaron formas particulares de participar que contribuyeron a sus identidades³⁷⁴, como un proceso de llegar a ser³⁷⁵.

En consecuencia, esta trayectoria parte de señalar que Pedro es un profesor de matemáticas de 27 años, egresado del Programa de Licenciatura en Matemáticas de la UPTC en el año 2013, que realizó sus estudios de formación inicial en la modalidad presencial, jornada nocturna; desde un año antes de su graduación ya era profesor de educación básica y media en un Colegio Privado de la ciudad de Tunja. Por su parte, Mariana es una profesora de matemáticas de 25 años, egresada del mismo Programa también en el año 2013; realizó sus estudios de formación inicial en la modalidad presencial, jornada diurna. Después de su graduación se vinculó como docente en un programa de educación no formal por un periodo de dos años. Tras la primera experiencia laboral, ambos se vincularon como profesores universitarios en el mismo Programa del cual fueron egresados. Paralelamente a esta vinculación laboral, iniciaron el mismo programa de formación avanzada en el área de educación, en el año 2014, actualmente se encuentran en el desarrollo del trabajo de grado. Pedro no hizo parte del GCI en el momento de su constitución, en el 2014; se vinculó tres meses después, tras aceptar la invitación de un colega

373 Adriana Gomes, "Aulas investigativas na educação de jovens e adultos (EJA): O movimento de mobilizar-se e apropriar-se de saber(es) matemático(s) e profissionais", (Tesis de Maestría, Itatiba, 2007).

374 Jean Lave y Etienne Wenger, Op. Cit., 1991.

375 Etienne Wenger, Op. Cit., 2001.

de la Universidad. Mariana fue una de las primeras participantes del GCI; ella hacía parte de los semilleros de investigación del grupo Pirámide, motivo por el cual fue enterada de la intención de conformación del grupo y desde ahí acogió la iniciativa.

A través de las trayectorias de participación relatadas en los escenarios investigativos de aprendizaje descritos con anterioridad, fue posible reconocer que ellos estaban atravesando un momento especial en su formación como profesores de matemáticas; que sus avatares y aconteceres en la comunidad estaban permeados por un contexto personal y social que fue develándose como constituyente del proceso identitario.

Un choque con la realidad, un motivo para investigar

Pedro y Mariana desempeñan el ejercicio de la docencia hace, aproximadamente, tres años; este periodo según Huberman³⁷⁶ se caracteriza por sentimientos de descubrimientos y sobrevivencia. Los descubrimientos le permiten a Pedro reconocer el valor de sus esfuerzos académicos en su proceso de formación inicial, pues él relata lo siguiente: "(...) Cuando yo salí de la Licenciatura, ella me envió al Country, y fui con la práctica paga, pues tenía buen promedio y becas de todos los semestres por ser el mejor estudiante, y, entonces, el director de ese momento me tuvo en cuenta eso y yo contento me fui" [Entrevista a Pedro]. En Mariana los descubrimientos se manifiestan cuando ella menciona que "Yo pensaba que el proceso de investigar, haciendo la maestría, iba a ser de otra forma, y la verdad es que siento un poco de frustración, de insatisfacción, no siento pasión, antes fue diferente..." [Entrevista a Mariana].

No obstante, paralelo al descubrimiento, los sentimientos de sobrevivencia se hacen presentes en cada uno:

(...) el problema era que me enviaban a un colegio donde iba a ser el profesor titular, entonces, no era la práctica propia, sino

376 Michael Huberman, "O ciclo de vida profissional dos professores", en *Vida de profesores*, editado por A. Nova. Porto: Coleção Ciências da Educação. Porto Editora, 2013, 31-61.

que me entregaron un trabajo ya como docente; entonces, a mí me pareció chévere, pero al medio año terminé saliendo del colegio. Yo, en ese momento, le eché la culpa a los estudiantes, y decía, porque eran niños de papi y mami, porque no les caí bien, también tenía otro colega de matemáticas y le tenían mucho respeto, y eso tenía siempre la comparación, que este hace, que este no, y tuve muchos inconvenientes... Pero yo siempre he sido de retos, entre más difícil sea, más me meto en el cuento; yo trataba de hacer lo que más podía, hacer actividades, intentaba pensar en lo que había aprendido en la Universidad, poco o mucho, de lo que me habían enseñado los profesores; recurrí a talleres, películas, videos, explicaciones, trabajé en grupo, pero creo que nada funcionó [Entrevista, Pedro].

En esta investigación de la Maestría todo ha sido más difícil, más desmotivante; es muy diferente a mi investigación en el pregrado (...) [Entrevista, Mariana].

En ambos casos se manifiesta un “choque con la realidad”³⁷⁷, que los confronta consigo mismos. Este choque de realidad surge cuando ese profesor iniciante se encuentra con situaciones complejas nunca vistas; en el caso de Mariana esa confrontación con la realidad está asociada a la posibilidad de ejercer la docencia e investigar en el área de educación matemática; ella manifiesta que:

(...) no sé por qué, en este caso, para investigar tengo que leer, leer y leer para poder plantear un proyecto de investigación; la investigación que yo hice antes en la parte matemática como estudiante era porque yo eso lo había pensado prácticamente desde que inicié la carrera, no porque yo me hubiera puesto a leer sobre eso antes, entonces yo pude en ese momento ser la profesora y hacer la investigación, aplicar lo que venía pensando,... Reconozco que en esa investigación todo estuvo más cerrado, más fijo, más lineal y por eso pienso que fue más fácil... [Entrevista, Mariana].

Otras situaciones en este periodo pueden estar relacionadas con los alumnos, con el proceso de enseñar, con el uso de material didáctico, con los procesos administrativos de los programas

³⁷⁷ Simon Veenman, “Perceived problems of beginning teacher” *Review of Educational Research* 54, no 2 (1984): 143-178.

de formación, con los colegas más experimentados³⁷⁸. En estas situaciones el profesor constata que “la realidad de la enseñanza no se corresponde con los ideales que ha asimilado durante su período de formación y con los cuales se compara él mismo y le compara buena parte de la sociedad”³⁷⁹; así lo confirma Pedro: “(...) en este momento daba la razón a los docentes que en muchas ocasiones afirmaban que cuando saliéramos a ejercer nos encontraríamos con una realidad totalmente diferente a la que vivíamos en la universidad y de la que esperábamos iba a ser la vida profesional” [Cuestionario, Pedro].

Como consecuencia, “algunos profesores van a comenzar a desarrollar unos esquemas de atribución que les llevan a interiorizar los problemas, poniéndose a sí mismos en cuestión, pensando que son ellos los que no sirven para la enseñanza”³⁸⁰; así se identifica en Pedro cuando menciona que:

(...) tal sería que cuando yo salgo de ahí, me hacía la pregunta: ¿será que ser docente sí era lo mío?, porque ese medio año fue durísimo, uno entraba a ese salón y salía como un ping pong de problemas y de gritos, lo que comúnmente llaman dominio de grupo, eso me quedaba grande, de para arriba, los chinos molestaban, brincaban, se quejaban, ¿qué no hacían! (...) [Entrevista, Pedro].

Además, pueden encontrarse especialmente preocupados, como lo expresa Fernández³⁸¹, por “las carencias y lagunas formativas que les ha dejado su formación inicial (...)”, como Pedro lo deja entrever cuando afirma que “Una conclusión fuerte de lo anterior se resume en que no era suficiente saber conceptos matemáticos, como siempre lo pensé de estudiante; el asunto

378 L. Rocha y Dario Fiorentini. “Percepções e reflexões de professores de matemática em início de carreira sobre seu desenvolvimento profissional”, en *Práticas de formação e de pesquisa de professores que ensinam matemática*, eds., Dario Fiorentini, R.C. Grandó y R. Giaretta, 125-146. Campinas: Mercado de Letras, 2009.

379 José Manuel Esteve, “El choque de los principiantes con la realidad” *Cuadernos de Pedagogía* 220 (1993): 58-63.

380 Ibidem, 1993, 63.

381 M. Fernández, “Ciclos en la vida profesional de los profesores” *Revista Educación. La profesión Docente* (Centro de Publicaciones), no 306, 1995, 184.

pedagógico e investigativo aún no se comprendía y se esarrollaba del todo cuando yo llegué a ese espacio de aula de clase” [Entrevista, Pedro]. Este choque con la realidad fue asumido por Pedro como la posibilidad de investigar sobre esa realidad que estaba viviendo en el desarrollo de sus prácticas pedagógicas matemáticas; hacerlo de forma colaborativa fue identificado por él como una posibilidad para aprender, pues manifiesta que:

(...) al entrar al grupo tenía muchas preguntas sobre eso que me estaba pasando, y empiezo a darme cuenta y a contestarme que la culpa de que me hubiesen echado del Country no era de los chicos, sino fue totalmente mía, y punto a punto Yo me ponía a analizar mis errores y se los cuento a mis estudiantes de la Licenciatura como para que ellos valoren esa experiencia, pero pienso que Yo no podría haber empezado a darme respuestas si no hubiese tenido la posibilidad de reflexionar constantemente mi quehacer a través del grupo; cuando hablamos de las experiencias de los ambientes de aprendizaje yo identifico que aprendo y reconozco mis errores [Entrevista, Pedro].

En Mariana este choque con la realidad fue asumido como la posibilidad de encontrarle sentido a investigar en el área de la educación matemática, y al participar en el grupo lo reconoce:

Yo reflexiono, pero no es constante. Yo reflexiono como por momentos; por ejemplo, cuando cumplo todos los compromisos con el grupo, yo lo veo como esos impulsos que tengo para poder entenderme como soy, pero aún no soy consciente de lo que ello implica verdaderamente. Pienso que estoy en el proceso y que si lo logro es porque realmente voy a tener pasión por eso que vivo con el proyecto de la maestría, yo creo que en el grupo voy a poder encontrarle otro sentido, voy a aprender, si se puede decir de esa forma, a avanzar y a vivir la investigación [Entrevista, Mariana].

Una puesta en marcha, la comprensión de las acciones

A partir de ese reconocimiento, pedí en nuestra entrevista que ellos me ampliaran sobre lo que aprendían; sus conversaciones recogían, en la mayoría de los casos, relatos que relacionaban

sus experiencias vividas como profesores iniciantes y lo que se escuchaba, leía, escribía y narraba dentro del grupo; de esta forma, destacaron en su proceso de aprendizaje las formas de participación que favorecían el hacer parte de un espacio dialógico. Esta relevancia señala que el aprendizaje del profesor de matemáticas que participa en el proceso de constitución de la comunidad ocurre en la realización de acciones mediadas por el uso de la palabra en un proceso de comunicación, de diálogo. Este diálogo es concebido más allá de un encuentro de los participantes cara a cara³⁸² se concibe como un encuentro de los profesores de matemáticas para entender y rehacer sus mundos³⁸³, involucrando múltiples voces en una interacción de diversidad³⁸⁴. Esta diversidad reconoce su característica principal en ser participativa, lo que significa que los profesores encontraron diferentes formas de participar que los involucraron como investigadores de sus realidades, cuestionando el porqué de las cosas, determinando formas y rutas por seguir para ese cuestionamiento³⁸⁵, con intención de lograr juntos un objetivo común.

La participación en ese espacio dialógico sugiere que los sujetos de la experiencia son capaces de aprender a partir de la vivencia, como afirma Bakhtin, “significa participar en el diálogo: interrogar, oír, responder, acordar, etc.”³⁸⁶, entonces en ese diálogo el sujeto de la experiencia, del aprendizaje y de la formación investigativa “participa entero y con toda la vida, con los ojos, los labios, las manos y con el alma, con el espíritu y todo el cuerpo en todos los actos”³⁸⁷, en el proceso de constituir una comunidad de prácticas a través de las acciones y relaciones que emprende. Al

382 Mikhail Bakhtin, *Estética da criação verbal*. São Paulo: Martins Fontes, 2000.
Paulo Freire, *Pedagogía del oprimido*. Madrid: Siglo XXI, 1992.

383 Ira Shor y Paulo Freire, *A pedagogy for liberation: Dialogues on transforming education*. South Hadley: Bergin y Gerver Publishers, 1987.

384 Mijail Bajtin, *Estética de la creación verbal*. México: Siglo XXI, 2005

385 Paulo Freire, *Política y Educación*. México: Editorial Siglo XXI, 1996.

386 Mijail Bajtin, Op. Cit., 2005, 334.

387 Ibidem, 2005, 334.

participar, la acción de *escuchar* es reconocida por los sujetos de la investigación como una acción vinculada a su aprendizaje; en el caso de Pedro, él afirma: “voy a empezar por relacionar algo que puede ser insignificante, pero que para mí ha hecho que yo haya podido cambiar, o sea, yo he aprendido. A lo que quiero referirme es al hecho de aprender a escuchar al otro” [Pedro, Entrevista]; el sentido de escuchar lo relaciona con la posibilidad que ofrece como aprendizaje, pues también afirma que “a veces aprendo a no decir lo que ellos dicen o a tratar de entender qué es lo que realmente me quieren decir” [Pedro, Entrevista].

En el caso de Mariana, ella manifiesta que al participar en el grupo se siente en un proceso de aprendizaje cuando vive la oportunidad:

(...) de ser escuchada, de decir lo que uno piensa; lo que más me gusta es que es un espacio para uno poder ser quien es, expresar la interpretación por más loca que sea o sencilla, simple o confusa; eso es lo que me gusta. No es simplemente decirlas, sino que los otros las escuchen y se comprometan con interpretarlas; es decir, cuando dicen: “espere, lo que yo entiendo es esto, pero tal vez lo que usted quiere decir es esto”; eso me parece lo más nutritivo de esas actividades; ahí uno aprende muchísimo [Mariana, Entrevista].

Estas afirmaciones nos señalan que “el saber de nuestros compañeros es un reconocimiento de aproximación y de ayuda que nos permite construir nuestro lugar”³⁸⁸; lugar que en este caso es construido paulatinamente a través de las trayectorias de participación de los sujetos de la investigación que dan sentido a escuchar a profesores que viven y construyen experiencias docentes e investigativas en espacios y tiempos determinados. Esta acción se torna significativa porque al escucharnos (...) estamos (re)construyendo identidades, (re)haciendo lazos, tejiendo nuestras propias ideas como docentes³⁸⁹.

388 Paula, M.J. y W. Auarek. “Viver e contar”, en *Viver e contar: experiências e práticas de professores de matemática*, eds., I.A. Castro, M.J. De Paula, M.L. Magalhães y W.A. Auarek, São Paulo: Editora Livraria da Física, 2012, 34.

389 Ibidem, 2012, 34.

El reconocimiento como aprendizaje a través de la acción de leer es justificada por Pedro y Mariana en dos sentidos; el primero, asociado a la lectura como experiencia, se refleja cuando Mariana afirma:

Uno de los escritos que me impulsaron a cambiar el contexto de mi investigación fue el que hice hace poco, porque es allí donde admiro la posición del autor del texto "Ojo Ilustrado", por definir el verbo "ver" como una acción que envuelve identificar lo que pasa y asignar un significado, es decir, ver implica percibir y significar; ahí empecé a hacerme tantas preguntas, me preguntaba: ¿cómo voy a identificar los significados que les dan los estudiantes a su práctica?, aunque es algo posible, cada vez que lo visualizaba no le hallaba sentido real a eso; la proyección de mi proyecto se encontraba en un mar tranquilo, sin olas, sin emoción, hasta ese momento [Autonarrativa, Mariana].

En esta afirmación se identifica que "(...) la lectura es a veces experiencia y a veces no. (...). La experiencia de la lectura es un acontecimiento que tiene lugar en raras ocasiones. (...). Solo cuando confluye el texto adecuado, el momento adecuado, la sensibilidad adecuada, la lectura es experiencia"³⁹⁰. El segundo sentido involucra la lectura como una forma de interpretar; se identifica cuando Pedro afirma que "al principio, con las actividades de leer, yo las hacía, pero no interpretaba todo eso que analizaban a partir de las lecturas. Ahí empecé a darme cuenta de que me faltaba aprender mucho, incluso aprender a leer; era importante aprender eso de lo que hablamos, quiero decir, a darle un sentido a eso que se leyó" [Pedro, Entrevista]. La necesidad de interpretar está ligada a reconocerse comprometido con su labor educativa, con el cultivo de un pensamiento abierto, con la necesidad de formar el hábito del lector que, según Álvarez³⁹¹, es relevante para establecer una relación teoría-práctica que va ligada siempre a reconocerse en constante transformación, dado que:

390 Jorge Larrosa, Op. Cit., 2003, 40.

391 María del Carmen Álvarez, "La relación teoría-práctica y el desarrollo profesional docente: obstáculos y retos" *Educare*, 19, 2015, 1-27.

La lectura nos pone en contacto con otros sentimientos, otras experiencias y otras vidas. Nos ayuda a distanciarnos de nosotros mismos, a viajar por el tiempo y por el espacio, a conocer nuevas culturas y nuevas realidades, a ser, de alguna manera, más humanos. La escuela y la lectura ayudan a romper la coraza del individualismo y a penetrar en los otros. Es difícil encontrar una experiencia educativa más enriquecedora que el tiempo dedicado a la lectura³⁹².

Observar, es una acción que también es reconocida como constituyente de un proceso de aprendizaje; así se percibe, cuando Pedro señala que:

(...) debemos tener cuidado cuando hagamos esas observaciones; yo creo que debemos pensar en puntos importantes para observar y luego analizar todos acá los puntos en común, pues a veces no sabe uno qué mirar o qué será importante; yo creo eso; además, debemos considerar hacer videos, pues uno mismo como docente también puede observar qué hizo y también participar del análisis, pues así aprendemos más de nuestras prácticas [Pedro, SG (19) 30-03-15].

Esta afirmación le da un valor a la observación en cuanto instrumento de investigación. La relevancia otorgada por Pedro se identifica con lo señalado por Esteve:

Aquí podemos distinguir entre “autoobservación”, en la que el docente se observa a sí mismo, y la hetero observación, en la cual uno de los protagonistas es observado por otros. La manera en la que los primeros se adiestran en el uso de las observaciones y la manera en la que los últimos participan será (...) un factor determinante para que las observaciones de clase sean útiles para la mejora de la propia práctica docente³⁹³.

La acción de observar las clases tiene sentido “desde los presupuestos del aprendizaje reflexivo y los modelos de formación que den cabida al mismo”³⁹⁴. Al respecto Mariana menciona:

392 Marchesi, Alvaro. “La lectura como estrategia para el campo educativo” *Revista en Educación*, no. Extraordinario, 2005, 17.

393 Olga Esteve, “La observación en el aula como base para la mejora de la práctica docente”, en *La observación como instrumento para la mejora de la enseñanza -aprendizaje de la lengua.*, eds., D y Sierra, J.M. Lagasabaster, Barcelona: Horsoi. Cuadernos de Educación, 2004, 88.

394 Olga Esteve, Op. Cit., 2004, 86.

(...) pues fue cuando fui a observar las clases de la profesora Liliana que me pasó eso de conectarme con mi pasado; me puse en el papel de estudiante de profesora, eso lo escribo en el diario de campo que hice de esa observación; mientras observaba me iba preguntando cómo hacer cosas con eso que veía, es como una forma de aprender lo que la profe vive allá; fueron sentimientos encontrados lo que me produjo esa observación, era volver a vivir cosas [Mariana, Entrevista].

En este caso, ella le atribuye un sentido formativo a la observación, a que le favorece reflexionar sobre lo visto, describiendo e interpretando sus vivencias³⁹⁵. La observación, en su sentido formativo, le permite al profesor entender mejor su contexto educativo y, por tal motivo, ella es objeto de aprendizaje³⁹⁶.

La acción de narrar destaca que:

(...) cuando una persona relata los hechos vividos por ella misma percibe que reconstruye la trayectoria recorrida, dándole nuevos significados. (...) Al mismo tiempo que el sujeto organiza sus ideas para el relato –escrito u oral–, él reconstruye sus experiencias de forma reflexiva y, por tanto, acaba haciendo un autoanálisis y creando nuevas bases de comprensión de su propia práctica³⁹⁷.

Mediante la narración, la experiencia cobra visibilidad, cobra existencia y esa existencia nos constituye. Es así como “las historias que narramos son el medio por el cual intentamos capturar y traducir la complejidad y las múltiples relaciones que atraviesan nuestras experiencias”³⁹⁸ pues:

395 Jerry Gerbhard y Robert Oprandy. *Language teaching awareness. A guide to exploring beliefs and practices*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999

396 Ruth Wajnryb, *Classroom observation task*. Cambridge: CUP, 1992

397 Ana Cristina Ferreira y Regina Magna Bonifacio Araujo, “Trajetórias de desenvolvimento de profissional construídas a partir das narrativas de três professores de matemática”, en *Viver e contar: experiências e práticas de professores de matemática*, eds., I.A. Castro, M.J. Paula, M.L. Magalhães y W. Auarek, São Paulo: Editora Livraria da Física, 2012, 205-206.

398 María Teresa Freitas y Dario Fiorentini. “As possibilidades formativas e investigativas da narrativa em Educação Matemática” *Horizontes* 25, no 1 (2007), 64.

(...) lo que somos, el sentido de quienes somos depende de las historias que contamos y que nos contaron; pero a su vez esas historias están construidas en relación con otras historias, las que escuchamos, las que leemos y que de alguna manera condicionan la construcción de nuestra historia, de nuestra experiencia que se configura en relación con estas otras historias, relatos y experiencias. Uno construye su texto y al hacerlo se construye. Construye, da forma a su experiencia y a la vez contribuye a la construcción de la experiencia de otros. Las voces y experiencias de esos otros también nos constituyen³⁹⁹.

Este sentido fue vinculado por Pedro y Mariana al afirmar:

(...) cuando hice mi primer instrumento de la autonarración me sentí genial, me sentí que estaba encontrándome; de hecho, así llamo ese capítulo. Me entusiasma la idea de poder definirme, por qué soy así y hago lo que hago [Entrevista, Mariana].

Yo he encontrado mucho valor en mis clases cuando les narro a mis estudiantes mis experiencias frente a eso que me pasó o que me está pasando, por lo cual yo he cambiado la forma de pensar de la educación matemática; yo quiero que ellos vean las cosas de otra manera y cuando se las narro veo que puedo hacerles ver eso que a veces no está escrito en ningún lado [Entrevista, Pedro].

En este caso, su reconocimiento se identifica con asumirse que “al mismo tiempo que el sujeto organiza sus ideas para el relato – escrito u oral–, él reconstruye su experiencia de forma reflexiva y, por tanto, acaba haciendo un autoanálisis que le crea nuevas bases de comprensión de su propia práctica”⁴⁰⁰ en un proceso de aprendizaje. Pedro y Mariana, a través de sus trayectorias de participación, manifestaron constantemente la necesidad de dar el paso a la escritura como otra forma de dar a conocer sus experiencias, ya que en la mayoría de los casos se privilegió la oralidad.

399 Jorge Larrosa, *La experiencia de la lectura: estudios sobre literatura y formación*. Barcelona: Laertes, S.A., 1998, 462.

400 María Isabel Cunha, “Conta-me agora!: as narrativas como alternativas pedagógicas na pesquisa e no ensino” *Revista da Faculdade d Educação- FE/USP* 23, no 1-2 (Junio-Diciembre 1997), 187.

En la acción de escribir, el sujeto puede reflexionar y construir conocimiento explícito a través de la conciencia metacognitiva⁴⁰¹ dicha conciencia es la que reclama Mariana cuando manifiesta:

(...) mire, Pedro, escriba, escriba que yo ya quiero leer eso, porque yo veo que como usted lo cuenta acá, usted lo que está haciendo es resolución de problemas, no aulas investigativas; entonces, escriba y verá que cuando vaya a argumentar y pensar eso con más tiempo se va a dar cuenta, intente escribir, se lo digo porque a mí ya me pasó..., la cosa cambia" [Mariana: SG (30): 12-10-15].

El llamado de Mariana a escribir se identifica con:

Escribir nunca es solo un proceso simple de transcribir el habla a lo escrito o traducir las palabras en signos escritos. Escribir difiere de hablar en muchos aspectos. Los objetos referidos no están presentes, la situación concreta no existe con todos los aspectos de emoción y de entonación que hablar conlleva. En el proceso de hablar, la atención de quien habla está concentrada en aquello que está hablando y no en las estructuras gramaticales de hablar, el que habla las domina implícitamente. El problema de la escrita es volverse consciente de sus propios actos. En definitiva, (...) escribir significa concientizarse de su propia habla⁴⁰².

Esa concientización propia es la que Pedro expresa cuando manifiesta que:

(...) al intentar narrar por escrito lo que me pasó en la actividad de los puentes de Euler, me vi como intentando comprender de una forma diferente lo que yo estaba entendiendo de las aulas investigativas... era como una forma de aprender diferente de lo que pasa en las clases [Entrevista, Pedro].

El reconocimiento de Pedro y Mariana de sus acciones los revelan como sujetos conscientes de su aprendizaje, dándoles un significado a los actos, en lo que se envuelven para determinar

401 S. Kramer, "Escrita, experiencia y formación-múltiplas posibilidades de criação de escrita" En *Linguagens, espaços e tempos no ensinar e aprender*, 105-121. RJ:DP&A, 2000.

402 Wanderley, João, Maria Benites y Bernd Fichtner, *Transgressões Convergentes*. São Paulo: Mercado y Letras, 2007, 32.

lo que realmente consideran valioso de realizar, separando constantemente lo que importa de lo que no, lo que contribuye a su transformación y lo que no. De esta forma:

(...) el aprendizaje del profesor resulta de los intentos de comprender sus propias acciones, así como sus propias suposiciones e hipótesis, razones y decisiones; sus propias invenciones de nuevos conocimientos frente a los desafíos y situaciones imprevisibles y siempre cambiantes, (...)⁴⁰³.

En otro lugar, un paso más...

Cuando Mariana y Pedro reconocen sus acciones como constituyentes de su proceso de aprendizaje, se identifica que ellos asumen, a través de las situaciones dialógicas de las que participan, un posicionamiento diferente frente al desarrollo de sus prácticas pedagógicas y al sentido de investigarlas, en relación con otras experiencias en otros lugares y otros momentos; al hacerlo viven un proceso de problematización y reflexión sobre sus acciones que refleja cierto caminar, un paso ya dado o una apertura a un nuevo ciclo en su vida profesional⁴⁰⁴. El reconocimiento de su *aprendizaje como devenir* los convoca a asumir de forma diferente nuevos desafíos, nuevas dificultades y nuevas experiencias; algunas de ellas se manifiestan así:

Yo quisiera que mi directora del proyecto estuviera presente en estas reuniones, pues cuando yo le trato de explicar cómo voy avanzando o por qué digo tal cosa, pues veo que no está como convencida; ella de pronto piensa que debo hacerlo de otra manera, eso no veo que vaya a hacer fácil [Mariana, SG (30): 12-10-15].

Mi director necesita que yo tenga muy claro eso de las aulas investigativas, porque él lo ve igual que lo de Polya y lo de Mason, luego piensa que eso no es novedoso, como yo y acá lo estamos viendo; entonces tengo problemas..., estoy pa'lante y pa'tras, hago lo que él dice y acá hago otra cosa... [Pedro, SG (32): 08-03-16].

403 Alfonso Jiménez Espinosa, *Op. cit*, 2005, 43.

404 Michael Huberman, *Op. Cit.*, 2013.

Pedro y Mariana, en ese nuevo espacio con tensiones de otra naturaleza y con nuevos aprendizajes, viven un proceso de construcción de identidad⁴⁰⁵ que les permite, a través de su participación e involucramiento en las actividades propias del grupo, como lugar del aprendizaje, delimitar fronteras y posibilidades de estar en el grupo, acogiendo una manera de pertenecer que acompaña su hacer como profesor, investigando sus prácticas pedagógicas matemáticas y construyendo nuevos significados en relación con lo emergente, o construyendo nuevos significados de las experiencias que ya tenían⁴⁰⁶. Bajo las formas de participación que van acogiendo, van encontrando momentos de continuidad y discontinuidad derivados de su identificación o no identificación con en el grupo; un ejemplo de ello es cuando mencionan que:

A veces me siento más en una formación didáctica y no investigativa, por lo que se habla allí de las prácticas pedagógicas y la labor de uno en el salón de clase; aunque, paradójicamente, yo quiero investigar mi propia práctica, yo veo que lo que hablamos allá, por ejemplo, eso de las aulas investigativas, se ha podido hacer en las clases y van encontrando que pueden hacer la investigación, sin embargo, para mí eso todavía no es claro, lo de la investigación desde ahí... [Entrevista, Mariana].

Yo ahora creo que estoy más confundido que antes, ¿no les pasa?, es como si volviera a empezar en todo, no sé..., pero también eso me gusta, porque vive uno, cómo decirlo, como intentando entenderse y pues eso ya veo que no es muy fácil... [Pedro, SG (30): 12-10-15].

En esos momentos, pareciera estarse viviendo una situación de no identificación con el grupo, estos momentos pueden

405 Maurice Tardif, *Saberes docentes e formação profissional*. Petrópolis: Vozes, 2002; Roseli Fontana, *Como nos tornamos professoras?*. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010; Antonio Nóvoa, "Os professores e as histórias da sua vida", en *Vida de professores*, editado por A. Nóvoa. Portugal: Porto Editora, 2013, 62-84.

406 Maurice Tardif y Duval. Raymond. "Saberes, tempo e aprendizagem do trabalho no magisterio" en *Educação e Sociedade*, UNICAMP, 73, diciembre, 2014.

reconocerse como de ruptura⁴⁰⁷, constituyentes de un proceso identitario, pues “ (...) al producirnos en ellos, conscientes o no de ese proceso, nos producimos, mediados por nuestros múltiples otros, anónimos o reconocidos, en aproximación y enfrentamiento con ellos, conformándonos y resistiendo a las condiciones sociales de producción en que existimos⁴⁰⁸. Estos momentos fueron favorecidos por la participación paralela de cada uno de ellos en otros espacios que los involucran como profesores de un nivel de educación en particular, como estudiantes de un programa de posgrado; como egresados de un programa de formación inicial de profesores de matemáticas o como pertenecientes a grupos relacionados con ser madre o padre, hijo o hija u otros. Su participación en la comunidad los confronta con momentos vividos en esas comunidades o grupos donde han asumido unas formas de hacer y de ser, que al manifestarse dentro de este grupo pueden o no identificarse. Un ejemplo de ellos es cuando Mariana y Pedro expresan sus experiencias investigativas vividas como egresados del mismo programa de formación inicial así:

(...) en el trabajo de grado de la licenciatura, puedo decir, todo fue excitante; la escritura, el análisis, todo, cada cosa me hacía aprender mucho; descubrí cosas en mí que no sabía que tenía. Definir el problema no fue tan difícil como en la investigación que realizo hoy en la maestría; el tema donde se movilizó la investigación era uno que me había preocupado casi desde que inicié la carrera; hacer demostraciones era lo que me mantenía en curso, por su misma dificultad, e investigar sobre ello fue lo máximo. (...) en un principio todo lo definí por mi cuenta, cuando se me unió mi compañera y el director nos vimos obligadas a sustentar cada una de las afirmaciones que había hecho, no fue tan difícil; muchas de estas ya las habían dicho otras personas; con esto quiero resaltar que el proceso de consulta fue posterior al del origen de la idea de la investigación, después sucedió el diseño de los “instrumentos”, la aplicación de estos y el análisis y redacción de todo. Fue un poco esquemático, pero con bastantes obstáculos y aprendizajes. [Mariana, Cuestionario].

407 Roseli Fontana, Op. Cit., 2010.

408 Ibidem, 2010, 184.

En mi formación como docente de matemáticas, la experiencia investigativa que recuerdo, y la única ejecutada, fue la realizada como proyecto de grado o, como otros llaman, monografía para optar el título de Licenciado en matemáticas; este proyecto fue de tipo disciplinar. (...), se centró en un tema específico, una aplicación de la teoría de cuerpos a la teoría de códigos. (...). En lo personal quería que este fuese llamativo y hasta innovador; sin embargo, esta era una de las cuestiones más relevantes del proceso que apenas iniciaba. (...) me gustó lograr la articulación de teorías que había aprendido en mi formación y unas que no conocía, con aplicaciones a procesos comunicativos y seguridad informática; fue motivante comprender que una definición, un teorema, es decir, la matemática, aportaba en el desarrollo tecnológico y científico de la sociedad. Acá estoy en otro cuento... [Pedro, Entrevista].

En estas descripciones se puede reconocer el valor que otorgan a la investigación; la reconocen como un aprendizaje, un valor ligado a la matemática y al reconocimiento de su influencia en diferentes áreas del conocimiento. En el proceso de hacer matemáticas reconocen la definición de problemas de investigación, relevantes y significativos, señalan como exitosas las formas de abordar esa problemática, explicitando de algún modo rutas metodológicas propias de este tipo de investigaciones; además, se manifiesta un sentido de gusto, de pasión y de cuestionamientos constantes sobre la matemática. Estas descripciones también llevan consigo imágenes sobre la matemática, la educación matemática y la investigación, que también fueron explícitamente reveladas, Pedro y Mariana afirman que:

Cuando yo estaba en la licenciatura me gustó siempre la matemática (...). Yo me dediqué a todos los cursos que son netamente matemáticos; yo decía, por ejemplo, en un grupo de estudio que tenía: yo les ayudo en todo lo que consideren difícil de matemáticas, pero con la condición de que ustedes me ayudan en las otras materias. Las otras materias eran las que comúnmente algunos profesores o compañeros llaman de relleno; no me gustaba la didáctica de la matemática, creo que la veía como una cosa sin importancia, o sea, pensar siempre la matemática con un juego; tampoco en ese momento le encontré

interés a leer y a escribir eso que nos ocurre cuando somos profesores de matemáticas [Pedro, Entrevista].

Yo pienso que, en la investigación, así como en el aprendizaje, la cuestión es de pasión, de reconocer el sentido de hacer las cosas; eso me pasó con mi investigación en la licenciatura; en esta investigación de la maestría es algo diferente [Mariana, Entrevista].

Estas imágenes son influenciadas y construidas “(...) a partir de las experiencias que tuvieron como alumnos y profesores, del conocimiento que construyen de las opiniones de sus maestros, en fin, de las influencias socioculturales que sufren durante sus vidas (...)”⁴⁰⁹. La participación de Pedro y Mariana en el Grupo motivó una (re)significación y consolidación de esas imágenes a partir de vivir la experiencia de participar, pues la experiencia se ve reflejada cuando aquello que se vive acompaña lo que se piensa; es decir, se establece una relación pensante con lo que acontece en cada momento⁴¹⁰:

(...) nosotros como licenciados tenemos antes un doble trabajo, tenemos la necesidad de aprender matemáticas y de la educación matemática, (...) al estar en el grupo me doy cuenta de que lo que pensaba de la didáctica es totalmente errado, hoy pienso que tengo otra manera de verla [Pedro, Entrevista].

(...) pienso, profe, que fue el sentido de investigar que yo encontré acá el que me hizo cambiar de investigación y pensar en investigar mi propia práctica, Yo primero pensé que al participar en el grupo estaba en un tipo de formación didáctica, por lo que se hablaba, pero no sé en qué momento eso que se decía empezó hacer parte de mi investigación... acá empecé a encontrar como esa pasión por asistir al grupo y así, con todo eso, es que estoy como encontrándome; así llamé a ese primer capítulo, si se puede decir, de esta investigación [Mariana, Entrevista].

En esta participación paralela asiste una confluencia de múltiples posiciones como sujeto, deja abierta la posibilidad de

409 Edda Curi, *A matemática e os professores dos anos iniciais*. São Paulo: Musa Editora Coleção Biblioteca Aula Musa Educação Matemática, 2005, 3.

410 José Contreras y Nuria Pérez, Op. Cit., 2003, 21-86.

construcción de identidades múltiples, a partir de sus experiencias de aprendizaje a través de la participación o no participación en las actividades generadas en el proceso de constitución de la comunidad. Según Zurlinden, estas múltiples identidades:

(...) enriquecen o limitan sus esfuerzos de integrarse y de adquirir las destrezas que le permiten participar plenamente en el grupo –en otras palabras, de aprender–. Conforme va logrando más habilidades y conocimientos, puede participar con mayor dominio en la comunidad de práctica, y sus identidades se van modificando. Es decir, los cambios que resultan de su acrecentada destreza lo transforman como individuo en un sentido amplio, extendiéndose a su participación en otras comunidades de práctica de las cuales es miembro. Al mismo tiempo, estas mismas comunidades de práctica son transformadas por los cambios en esta y las demás personas que participan en ella, de tal suerte que existe una dinámica constante e intensa entre ellas⁴¹¹.

En esa dinámica constante, Mariana y Pedro se identifican como sujetos de la experiencia que significó ideas, conceptos, prácticas, así como modos de hacer y decir, en un proceso para confrontarse consigo mismos, en un proceso de reconocimiento como profesores de matemáticas aprendiendo a investigar; así se identifica en Pedro y Mariana cuando afirman que hacer parte del grupo es tener la posibilidad de estar en un lugar para:

(...) pelear hasta con uno mismo, con la convicción de docente, con la lucha que implica combatir la monotonía de hacer siempre lo mismo (...); hay momentos en los que he estado cansado por mucho trabajo en la universidad y digo: si no voy me puedo estar perdiendo de alguna cosa que me puede servir y aportar. Yo pienso mucho cómo era, cómo pasó, qué he venido haciendo, en qué voy mejorando, qué no sabía antes que ahora sé; todo eso es lo que me hace hacer un estilo de metacognición de lo que hice, hago y voy a hacer; entonces, eso hace que yo siempre quiera estar ahí [Pedro, Entrevista].

(...) para lograr sentir, es decir, sentir cosas, y eso hace que sea constante, que me preocupe por cada compromiso adquirido

411 Patricia Zurlinden, "La identidad y el aprendizaje: una perspectiva social" *Multidisciplina*, no 6 (2010), 12.

ahí; yo no puedo estar tranquila y feliz sabiendo que hay algo para hacer y no lo hago, porque siempre pienso que la discusión va a estar chévere y no voy a poder participar como debe ser [Mariana, Entrevista].

Las diversas formas de participación favorecen la negociación de los múltiples significados de los conceptos, de las ideas y de las prácticas, los cuales se van constituyendo como dominio común del grupo a través de generar un repertorio compartido de análisis, que va siendo interiorizado por cada participante⁴¹². Se identifica que en ese proceso de aprendizaje ellos van mostrando y exponiendo cada vez más su voluntad tanto de abrir nuevas formas de participación, como de resolver sus dudas y enfrentarse a sus temores a partir de reconocer siempre la posibilidad de transformación, de aprendizaje; así se refleja cuando afirman que:

Mi transformación en este momento no es solo lo que ahora pienso de la didáctica, también hasta el modo de entender la misma matemática, porque en ese momento la matemática para mí [refiriéndose a su experiencia como estudiante de formación inicial] fue hacer ejercicios, aprender a aplicar teoremas, aprender a demostrar, y ahora para mí la matemática amplió su sentido [Pedro, Entrevista].

Yo he cambiado en muchos sentidos; por ejemplo, en ciertas ideas que tenía muy arraigadas y formas de ver las cosas o ciertos prejuicios, les llamo yo; la forma como uno dice las cosas; también siento que se ha modificado la forma como me dirijo a las otras personas, y ahí yo siento que valoro más lo que hablan y como lo hablan, (...) pienso que he cambiado en la forma de entender algunos conceptos a partir de lo que allí se discute, y por eso pienso que las actividades que hacemos son muy significativas (...) [Mariana, Entrevista].

Al hacer parte del GCI y poder vivir un proceso de identidad y de aprendizaje, Mariana y Pedro manifiestan lo que para ellos implicó hacer parte de él. Mariana y Pedro manifiestan:

(...) yo pienso que un profesor que investiga no es un profesor que todo el tiempo esté haciendo proyectos investigativos formales; aunque yo tiendo a definir investigar como el

412 Étienne Wenger, Op. Cit., 2001.

proceso que se da para definir y responder una pregunta. Sin embargo, yo pienso que un profesor investigador tiene que ser alguien que reflexione constantemente sobre el aprendizaje de sus estudiantes y el de sí mismo y cómo es su comportamiento en ciertas situaciones de aprendizaje particulares, porque para todo profesor, no necesariamente investigador, su objetivo es que sus estudiantes aprendan, y un profesor investigador es quien reflexiona, escribe y se preocupa por eso; en este caso yo estoy en ese proceso sin que aún pueda definirme completamente como una profesora investigadora [Entrevista, Mariana].

Yo pienso que para ser un profesor investigador se necesita inicialmente pensarse como profesor, pensar las situaciones que vive, cómo mejorarlas, y eso creo yo que es lo que le permite construir conocimiento profesional acerca de lo que ya hice y puedo mejorar en una próxima situación del aula, por ejemplo. En defensa de mi posición yo considero que estoy viviendo un proceso de formación como profesor investigador, porque las situaciones que he plasmado lo evidencian, el proponer situaciones, diseñarlas, trabajarlas, preguntándome qué sucedió, qué hice bien, qué hice mal, sistematizar esa información y nuevamente volver a preguntarme sobre esa y otras problemáticas más, entonces creo que estoy y vivo ese proceso ahora [Entrevista, Pedro].

La forma como Mariana y Pedro se van comprendiendo a sí mismos está influenciada por las lecturas que hacen, por los diálogos que sostienen, por las formas de problematización con las que abordan el sentido de investigar las prácticas pedagógicas matemáticas; en este sentido, la identidad se manifiesta en el significado que atribuyen al por qué realizar sus acciones, es decir, se manifiesta en su postura, al narrar, al escribir, al observar, al escuchar al otro. Ese significado se constituye cuando participa en el grupo implicándose en un movimiento cambiante, continuo, transformable de aprendizaje y de identidad bajo una dimensión de temporalidad, pues en ella se incorporan el pasado y el futuro como elementos determinantes en el proceso de negociar el presente⁴¹³.

413 Etienne Wenger, Op. Cit., 2001.

IMPLICACIONES DEL RECONOCIMIENTO DEL APRENDIZAJE

Comprender que el aprendizaje se sitúa dentro de una historia de vida es entender que el aprendizaje está contextualmente situado y que también tiene una historia, en términos de 1) historia de vida del individuo, (2) la historia y trayectorias de las instituciones que ofrecen oportunidades de aprendizaje formal y (3) las historias de las comunidades, y los lugares en los que tiene lugar el aprendizaje informal⁴¹⁴.

Pensar en lo que aprenden los participantes cuando se conforma un grupo (por ejemplo, el profesor con sus estudiantes) para investigar y problematizar (por ejemplo, las prácticas pedagógicas matemáticas), partirá de suponer, en algunos casos, que lo que se debe aprender existe como conocimiento previo para aprenderlo (el conocimiento expuesto en un currículo); entonces, el aprendizaje consiste en identificar el conocimiento y determinar las formas como debe ser transmitido. En Dreier⁴¹⁵, estas formas se reconocen, usualmente, porque se asume que el conocimiento lo poseen los maestros o los libros de texto y entonces la tarea es determinar cómo es interiorizado y cómo se

414 Ivor Goodson, "El ascenso de la narrativa de vidas", *Investigación Cualitativa*, 1, no 2, 2017, 39.

415 Ole Dreier, "Trayectorias personales de participación a través de contextos de práctica social" *Psicología y Ciencia Social* (Universidad Nacional Autónoma de México) 3, no 1, 1999: 28-50.