

La estadística no paramétrica en los libros de texto universitarios

Los métodos estadísticos para la prueba de hipótesis que comprende uno o varios parámetros desconocidos se seleccionan teniendo en cuenta los supuestos sobre la distribución de probabilidad F , la cual contiene el parámetro o parámetros desconocidos de interés. Tales métodos suelen clasificarse en paramétricos y no paramétricos. En los métodos paramétricos se hacen supuestos estrictos sobre la forma de F para generar una región de rechazo para la hipótesis nula. Los procedimientos para el testeo de hipótesis mediante pruebas no paramétricas utilizan menos supuestos o ninguno sobre F ; la literatura reporta algunas ventajas de usar unos u otros métodos.

Este capítulo se divide en tres secciones. En la primera se presenta la categoría que sobre reportes de la literatura acerca de la inferencia estadística y el uso de los métodos no paramétricos en la prueba de hipótesis; en la segunda se indican los principales hallazgos en torno a la estadística no paramétrica en los libros de texto; y en la tercera se describen aspectos curriculares relacionados con la inclusión de la estadística no paramétrica en los planes curriculares universitarios. Estas tres categorías son parte de los resultados obtenidos al analizar el contenido de diferentes fuentes documentales como libros y artículos, entre otros. Los procedimientos basados en la ID permitieron generar

búsquedas sistemáticas tendientes a sistematizar y estructurar los datos textuales.

2.1 Reportes de la literatura en torno a la estadística no paramétrica

La estadística no paramétrica ha sido abordada desde diferentes enfoques en los libros de texto destinados a atender las necesidades de aprendizaje en los estudiantes del nivel universitario o los requerimientos de las personas que emplean métodos no paramétricos en sus proyectos de investigación. Según Delicado (2008), existen dos familias de modelos estadísticos no paramétricos; aquellos que surgieron entre los años 40 y 50 del siglo XX, que suelen denominarse como métodos no paramétricos clásicos, y los que surgieron a partir de los años 70 del mismo siglo, los cuales son técnicas más avanzadas para la estimación no paramétrica de curvas; por ejemplo, para determinar la función de densidad de probabilidad, la función de confiabilidad y tasa de fallas, la función de regresión y para abordar la regresión no paramétrica y manejo de *splines*.

Entre los métodos no paramétricos clásicos están: i) la prueba del rango signado de Wilcoxon para una muestra, que es una prueba alternativa a la prueba t-student para una muestra con observaciones por parejas cuando las diferencias antes-después no cumplen el supuesto de normalidad, ii) la prueba del signo, la prueba de McNemar o de la significancia de los cambios, la prueba de Mann-Whitney, prueba que se constituye en una alternativa a la prueba t-student para dos pruebas independientes cuando no se cumplen los supuestos allí exigidos, iii) la prueba de Kruskal-Wallis corresponde a una prueba alternativa al análisis de varianza en una

vía cuando no se cumplen los supuestos y se tienen tres o más muestras (Lehmann y D'Abbrera).

De acuerdo con Corzo (2005), si en un problema de testeo de hipótesis se cumplen todos los supuestos requeridos por los métodos paramétricos empleados en ese tipo de pruebas, ya no es conveniente usar los modelos estadísticos no paramétricos; sin embargo, los métodos no paramétricos presentan algunas ventajas como las siguientes: i) son aplicables cuando la información recolectada (datos) se encuentran en una escala nominal o en una de tipo ordinal, ya que no existen pruebas paramétricas para ello; según Siegel (1970), pruebas de esta naturaleza son aplicables para resolver situaciones problema en el contexto de las ciencias de la conducta y de las ciencias humanas, ii) cuando se presenten datos extremos en una o más muestras, los cuales pueden generar un coeficiente de variación grande; en ese caso puede recurrirse al uso de la prueba de la mediana para el testeo de las hipótesis (Burbano y Valdivieso, 2016), iii) para muestras de tamaño grande; las estadísticas de prueba no paramétricas se comportan de forma normal asintóticamente.

Desde una mirada didáctica, algunas investigaciones se han dedicado a analizar la cantidad de contenidos y las estrategias didácticas utilizadas en la exposición de elementos de estadística no paramétrica. Por ejemplo, Palop y García (2017), centrados en el marco conceptual referido a la teoría de la comunicación, valoraron libros de texto universitarios de estadística teniendo en cuenta variables asociadas al nivel tecnológico, a la funcionalidad del libro desde una mirada didáctica, a la lecturabilidad

referida al contenido, a la estructuración del mensaje, la simbolización y el tipo de lenguaje utilizado, y encontraron que los contenidos sobre estadística no paramétrica eran relativamente bajos en comparación con los tópicos de estadística descriptiva, y que se prefería la estadística paramétrica, incluidos los modelos de regresión.

Gamarra *et al.* (2006) manifiestan que en diversos trabajos de investigación con frecuencia se utilizan los métodos estadísticos paramétricos para realizar la prueba de hipótesis sobre varianzas poblacionales, cuando los datos de una variable en la muestra provienen de una población con distribución normal o con una gran aproximación normal; con todo, cuando tales supuestos no se cumplen, hay necesidad de recurrir al uso de modelos estadísticos no paramétricos basados en estadísticas de rangos. Estos autores elaboraron un trabajo investigativo centrado en la estadística no paramétrica, cuyo objetivo consistió en aplicar un paquete estadístico denominado NCSS a determinadas situaciones de prueba de hipótesis factibles de testearse mediante métodos no paramétricos y comparar sus resultados con los obtenidos al aplicar métodos paramétricos cuando fuera posible. En este contexto, este tipo de estrategias didácticas favorecen la aplicación de procesos inferenciales en distintos campos del conocimiento como las ingenierías, la biología y la administración de empresas, entre otros.

También Gamarra *et al.* (2006) señalan que en Colombia la literatura reporta muy pocos trabajos referidos al manejo y la aplicación de los métodos no paramétricos, mucho menos cuando se trata de implementarlos con la ayuda de paquetes computacionales. Estos mismos

autores destacan el trabajo de Corzo (2005) consignado en el libro titulado *Estadística no paramétrica*, publicado por la Universidad Nacional de Colombia. Se trata de un libro de texto para el nivel universitario dirigido principalmente a estudiantes de estadística, matemáticas y ciencias naturales sin descartar su uso en otras ramas del saber. Allí, entre otros, se han examinado de manera detallada y comprensible un alto número de tópicos recogidos del libro de Hettmansperger (1984) sobre los principales modelos estadísticos no paramétricos clásicos. En la presente obra se proporcionan estrategias para facilitar la comprensión estudiantil sobre las estadísticas no paramétricas basadas en rangos sin dejar de lado el tópico de rachas.

Un tratamiento más puntual y profundo sobre aspectos teóricos y procedimentales del tratamiento de datos mediante técnicas propias de la estadística no paramétrica se puede encontrar en libros como los siguientes (citados por Delicado, 2008): Lehmann y D'Abbrera (1975), Pratt y Gibbons (1981), Gibbons (1997), Leach (1982), Hettmansperger (1984), Gibbons y Chakraborti (1992), Hollander y Wolfe (1999), Hájek, Sidak y Sen (1999), Lehmann y Casella (2001). Además, resulta de gran ayuda el libro de texto universitario de Siegel (1970), en el cual se expone ampliamente el uso de los métodos no paramétricos en el campo de las ciencias de la conducta, aplicables también en las ciencias sociales y humanas.

Considerando que en los procesos de inferencia estadística se utilizan las distribuciones de probabilidad, es recomendable revisar con antelación algunos textos que tratan el concepto de probabilidad desde una mirada

fundamental y didáctica (Burbano et al., 2021), tales como el libro de David (1998), en el que se ha elaborado un recorrido de tipo fenomenológico sobre probabilidad atendiendo aspectos históricos desde tiempos inmemoriales hasta el siglo XX; el libro de Hacking (1975), en el cual se estudia detalladamente la evolución que ha tenido el concepto de lo probable; y el de Kendall (1978), donde se describen los progresos de la probabilidad y su interacción con los procesos evolutivos de la estadística hasta que esta última se consolidó con la formulación de los métodos paramétricos en el siglo pasado.

Sobre el uso de la estadística no paramétrica, Rivera (2003), en México, desarrolla en el ámbito de la ingeniería industrial una prueba de contrastes ortogonales referida a diseños experimentales mediante el uso de la estadística no paramétrica con métodos intensivos de cómputo; la autora menciona que en diseño experimental es fundamental identificar factores que poseen un efecto significativo en un determinado experimento, en el cual también interesan las interacciones que se produzcan; lo anterior con el propósito de mejorar un proceso o todo un sistema productivo. Asimismo, indica que este tipo de situación problema frecuentemente se trata mediante diseños experimentales de tipo paramétrico; sin embargo, una alternativa flexible la constituyen los métodos no paramétricos que posibilitan una buena estimación de los parámetros incluidos cuando se utilizan métodos robustos e intensivos de cómputo.

Por otra parte, Vera *et al.* (2021) mencionan que en las últimas décadas la inclusión de los contenidos referidos a la estadística impartida en los

claustros universitarios se ha incrementado de manera significativa. En la práctica, la mayoría de las carreras profesionales en la universidad incluyen por lo menos una asignatura de estadística en su plan de estudios. En Chile, como en otros países de Latinoamérica, se han aumentado los contenidos de estadística en los cursos universitarios, aunque también se ha empezado hacerlo desde la educación primaria, secundaria y fuera de las aulas, para incrementar el uso cotidiano de la estadística en los procesos productivos y en la cultura de las personas al hacer diversos razonamientos e inferencias de tipo estadístico para tomar decisiones en presencia de incertidumbre e información procesada de forma pertinente (Vera et al., 2021).

A pesar de eso, en los cursos de la estadística universitaria es frecuente cerrar con tópicos alusivos a la inferencia estadística focalizados en la prueba de hipótesis que incorpora distribuciones de probabilidad para elaborar inferencias en torno a uno o varios parámetros desconocidos de la población de interés desde una mirada paramétrica y con poca utilización de los métodos no paramétricos. Además, el proceso E–A resulta complejo en cuanto subyacen diversas relaciones entre las dimensiones epistemológica, didáctica, cognitiva, histórica, social y cultural entre el contenido por enseñar, el profesor universitario y el estudiantado (Soto y Cantoral, 2014). Un elemento esencial en el proceso de inferencia estadística es el de parámetro; no obstante, en diversos libros de texto universitarios poco se enfatiza en hacer una diferenciación fuerte entre parámetros y estimadores, lo cual provoca confusiones en el estudiantado al momento de efectuar las pruebas de hipótesis (Vera et al., 2021).

Por otra parte, Solís (2014), en su trabajo referido a las escalas de medición de los datos de las variables vinculadas a procesos de investigación psicológica, menciona que la mayoría de las variables intervinientes en los procesos de tipo psicológico no se miden en una escala de intervalo, sino mediante puntajes relacionados con una escala ordinal; pese a lo cual, se aplican métodos paramétricos para su análisis de forma legítima, aunque debería recurrirse en varios casos a modelos estadísticos no paramétricos. Así, tanto en la psicología como en otras disciplinas algunos autores persisten en el uso de estadística paramétrica para analizar datos de variables en escala ordinal, aunque, según Siegel (1970), sería más apropiado tratar este tipo de situaciones a través de estadísticas basadas en rangos y métodos no paramétricos.

En cuanto a las escalas de medición de las variables y su relación con las pruebas no paramétricas específicas, Ríos y Peña (2020) indican que es pertinente elaborar primero una identificación de los diversos tipos de pruebas no paramétricas, las cuales generalmente no están sujetas a seguir los supuestos de una distribución de “probabilidad normalizada” (son libres de distribución), son robustas y su uso está ligado al diseño de la investigación, el número de variables y la escala de medición de los datos de esas variables consideradas en un determinado estudio. Las pruebas sugeridas para una muestra, cuando los datos están medidos en una escala nominal (variables categóricas), son la prueba binomial y la chi-cuadrado (Pearson); además, la prueba K-S de Kolmogorov-Smirnov y la prueba de rachas se utilizan cuando los datos están al menos en una escala ordinal o de intervalo.

Para el caso de dos muestras independientes se sugiere utilizar la prueba de Mann-Whitney cuando los datos están por lo menos en una escala ordinal y preferentemente cuando no se haya cumplido el supuesto de normalidad y de homocedasticidad. La prueba de Wald-Wolfowitz (rachas) con variables dicotómicas se usa para probar que dos muestras “autónomas” han sido seleccionadas de una misma población (Ríos y Peña, 2020). Para datos pareados (muestra antes-después) se emplea la prueba del rango de Wilcoxon cuando la variable de interés es continua. Si se pretende determinar la igualdad de porcentajes (datos en escala nominal) se utiliza la estadística de McNemar, y se recurre a la prueba del signo para testear si dos medianas son iguales en la población o igualdad de medias cuando la distribución F resulte simétrica. Los datos deben estar, al menos, en una escala ordinal (Siegel, 1970).

Para k muestras, se suele emplear la prueba de Kruskal-Wallis a fin de probar la igualdad de medias con similares requerimientos que la prueba U de Mann-Whitney. Se trata de una prueba alternativa al análisis paramétrico de varianza en una vía cuando no se cumplen los supuestos al considerar tres o más muestras de una variable continua. Para k muestras relacionadas, se sugiere usar la prueba de Friedman, en este escenario, los k tratamientos se relacionan en algún sentido, además cada muestra ha de presentar n elementos que constituyen n bloques; en este contexto, a las puntuaciones de cada bloque se les asigna un rango desde 1 hasta k ; se prueba que las medias son iguales, es decir, que las medias de los tratamientos provienen de una misma población (Lehmann y D’Abrera, 1975). En algunos otros casos se pueden utilizar pruebas de concordancia o de correlación basadas en estadísticas de rangos.

2.2 La estadística no paramétrica en los libros de texto universitarios

Desde una mirada conceptual, de acuerdo con Alzate *et al.* (1999), en general los libros de texto universitarios son obras que han de incluir aspectos didácticos tendientes a promover el proceso E–A de contenidos temáticos específicos en el estudiantado; puede tratarse de materiales impresos o digitales destinados tanto al profesorado como a los estudiantes que cursan un conjunto determinado de materias en una carrera profesional. En particular, los libros de estadística universitarios son elementos de tipo didáctico que corresponden a materiales impresos que incluyen conceptos (texto), símbolos, expresiones matemáticas referidas al tratamiento de las variables, estimadores, parámetros, procedimientos y representaciones gráficas, entre otros, con uno o más contenidos acordes con los programas de asignatura prescritos como parte de un determinado plan curricular. Tales contenidos son secuenciados en unidades didácticas que generalmente conforman los capítulos del libro de texto universitario.

Adicionalmente, Ocelli y Valeiras (2013) señalan que los libros de texto para cualquier nivel educativo, incluido el universitario, son herramientas mediadoras entre un saber específico, el estudiantado y el docente. Tales libros traducen y concretan los significados y contenidos sugeridos en el microcurrículo prescrito por la autoridad educativa correspondiente, que en el aula de clase se han de reflejar en acciones específicas para promover el aprendizaje de tópicos particulares a través de actividades planificadas por el profesor. Aunque —hay que mencionarlo— en distintas ocasiones se han constituido en receptáculos de saberes

parcelados con estrategias didácticas implícitas, destinados a regular la actividad de docencia que se desarrolla en un lapso específico de tiempo.

En cuanto a los libros de estadística y de matemáticas en general, Van Dormolen (1986) menciona que existen distintos tipos de libros de texto, entre los cuales están aquellos que exponen contenidos (conceptos y definiciones), prosiguen con la presentación de ejemplos, el desarrollo de ejercicios típicos y plantean problemas para ser resueltos con la teoría expuesta. En otros casos, los libros de texto mezclan en cada capítulo los aspectos teóricos con ejemplos, situaciones problema para promover el aprendizaje y ejercicios con respuesta incluida. aunque, en algunos libros de texto subyace una teoría de corte pedagógico que facilita la asimilación de los conceptos y su aplicación en contextos reales o de investigación ya sea formativa o de corte científico; en otros, se propicia la construcción del conocimiento, el aprendizaje significativo o la transposición didáctica, que consiste en suscitar una transformación del saber sabio (científico) expuesto a través de contenidos, en saber para ser enseñado a los estudiantes incluyendo estrategias de enseñanza (Chevallard, 1991), pero en correspondencia con el desarrollo de competencias básicas y profesionales cuando se trata del entorno universitario.

En un trabajo elaborado por Díaz (2014) se analizan diversos libros de texto españoles que incluyen tópicos de estadística. En tales libros se da prelación al uso de gráficos para analizar información, se continúa con la estadística descriptiva y de manera somera se recurre a los procesos de inferencia. Por su parte, en el libro de texto universitario de la autora

Valdivieso (2011) hay un tratamiento de la “estadística descriptiva” centrado en el trabajo independiente del estudiante. Primero, se ofrecen conceptos estadísticos; luego, se exponen situaciones de aprendizaje con ejemplos, y finalmente se involucra al estudiantado en actividades con retroalimentación continua. A lo largo de cada capítulo se hace especial énfasis en el ciclo de Wild y Pfannkuch (1999), además de actividades orientadas a la recolección, organización, representación e interpretación de la información recabada de contextos reales, destacando la distinción entre estimadores y parámetros, aspectos necesarios en los cursos de inferencia estadística.

Por su parte, Burbano y Valdivieso (2016) han elaborado un libro de texto universitario orientado a procesos de inferencia estadística y desarrollado a través de métodos paramétricos. En el primer capítulo se abordan algunos tipos de muestreo probabilístico, los conceptos de muestra aleatoria, estimadores y parámetros; en el segundo se trabajan las distribuciones de algunos estimadores y se determina el tamaño de ciertas muestras; en el tercer capítulo se hace la estimación puntual de parámetros y la construcción de intervalos de confianza; en el cuarto se efectúan diversos testeos de hipótesis estadísticas que incluyen parámetros como la media, la proporción, la varianza, la diferencia de medias, la diferencia de proporciones y el cociente de varianzas, desde una mirada netamente paramétrica. Al finalizar cada capítulo se plantean actividades para fortalecer el estudio independiente del estudiantado. Y en el capítulo quinto se ofrece la retroalimentación para las actividades propuestas.

En el libro de texto de Lind *et al.* (2012) se examina ampliamente la estadística descriptiva con aplicaciones a situaciones problema relacionadas con la administración de empresas y la economía; también se trabajan tópicos alusivos a los modelos de regresión lineal y al control estadístico de la calidad. La parte concerniente a la inferencia estadística concentra más tópicos referidos al testeo de hipótesis mediante métodos paramétricos; no obstante, dedica un capítulo al estudio de algunos de los modelos estadísticos no paramétricos orientados hacia la prueba de hipótesis. Ahora bien, su estructura metodológica recoge la secuencia: exposición de miniproyectos investigativos, presentación de aspectos conceptuales, ejemplos y ejercicios de aplicación relativos a tales miniproyectos. Cabe anotar que se requiere la aplicación de diversos preconceptos relacionados con la administración, la estadística y las matemáticas fundamentales.

En el libro de texto universitario de Canavos (1998) se examinan varios temas relacionados con la estadística descriptiva, las variables aleatorias y su distribución de probabilidad, las distribuciones muestrales clásicas paramétricas, la estimación paramétrica puntual y por intervalo, el testeo de hipótesis para la media, la proporción, la varianza, la diferencia de medias, la diferencia de proporciones y el cociente de varianzas por medio de métodos paramétricos, diseños de experimentos, modelo de regresión y control de calidad, además incluye los métodos no paramétricos; entre ellos, la prueba del signo, la prueba chi-cuadrado, la de Wilcoxon, la de Mann-Whitney, la prueba de Kruskal-Wallis, la prueba de Friedman, la prueba de Kolmogorov-Smirnov y otras pruebas para la bondad de ajuste.

En el libro de texto de Lindgren (1993), escrito en inglés, sugerido para cursos universitarios y de posgrado, se exponen tópicos relacionados con probabilidad, variables aleatorias, distribuciones paramétricas, muestreo aleatorio, estimación puntual y por intervalo, prueba de hipótesis, análisis de datos categóricos, distribuciones multivariadas, modelos lineales y de regresión, y elementos de la teoría de la decisión; además, se dedica un capítulo al estudio de los métodos no paramétricos clásicos. Aquí, los contenidos son presentados con un alto nivel de complejidad desde la estadística teórica y los ejercicios presentan un alto grado de dificultad.

El libro de texto universitario de Lind *et al.* (2015) está orientado a trabajar la estadística en el ámbito de la economía y los negocios. En este texto se aplica el conocimiento teórico a situaciones problema relacionadas con los negocios y a aspectos económicos trabajados desde una metodología de proyectos; igualmente, se aborda la estadística descriptiva, la inferencia estadística paramétrica y otros tópicos. En uno de sus veinte capítulos, se examinan los principales métodos no paramétricos clásicos que hacen hincapié en la prueba de hipótesis y se aplican a situaciones del contexto real en una determinada empresa productora de bienes y servicios. Esta obra presenta una estructura didáctica agradable para el estudiantado, la cual incluye conceptos referidos a los negocios, la economía y la estadística desde un nivel básico.

Otro libro de texto para el nivel universitario es *Estadística matemática con aplicaciones*, de Freund y Miller (2000), el cual está dirigido principalmente a estudiantes de matemáticas e ingenierías por su alto

nivel de abstracción; no obstante, puede utilizarse en las carreras de economía, administración y psicología en algunas temáticas. El texto inicia con probabilidad y las principales distribuciones de probabilidad paramétricas, distribuciones muestrales, prueba de hipótesis (con teoría y aplicaciones), regresión y correlación, análisis de varianza, y dedica uno de sus 16 capítulos a las pruebas no paramétricas con ejemplos de aplicación a diversas disciplinas; entre ellos, la prueba del signo, la prueba chi-cuadrado, la de Wilcoxon, la de Mann-Whitney, la prueba de Kruskal-Wallis, la de Friedman, la de Kolmogorov-Smirnov y el coeficiente de correlación de Spearman basado en la teoría de rangos.

El libro de Pérez (2005), titulado *Técnicas estadísticas con SPSS 12: aplicaciones al análisis de datos*, trata ampliamente los principales tópicos de estadística descriptiva e inferencial (univariada y multivariada) principalmente desde un enfoque paramétrico, mediante el uso directo del *software* SPSS; empero, en el capítulo nueve, de los veinte que conforman el libro, se exponen ampliamente los métodos no paramétricos y su utilización a través del mencionado *software*; para cada tópico estadístico se describe el procedimiento y se analizan los resultados obtenidos a través de dicho paquete estadístico.

En el libro de Chamorro y Revelo (2008), *Simulación, un primer contacto*, los autores utilizan diversas distribuciones de probabilidad (discretas y continuas) para generar números aleatorios y simular valores de variables aleatorias, las cuales a su vez se utilizan para modelar y analizar sistemas reales desde un punto de vista investigativo. En este contexto, se utilizan algunas pruebas de hipótesis (paramétricas y no

paramétricas) para el ajuste de los datos reales a determinados modelos de simulación; entre ellas, la prueba de normalidad de Kolmogorov-Smirnov y la prueba de Friedman. Este libro resulta de primordial importancia para los estudiantes de ingeniería de sistemas, industrial, electrónica y otras, donde con frecuencia se usa la inferencia estadística computacional.

En el texto de Montgomery y Runger (2012), al principio se analizan elementos de estadística descriptiva, probabilidad y variables aleatorias, inferencia estadística paramétrica, regresión, diseños experimentales, control de calidad; además hay un capítulo centrado en la estadística no paramétrica. Con una similar estructura, en los claustros universitarios se utiliza frecuentemente el libro de texto de Anderson *et al.* (2012), pero este da una mayor prelación a la estimación por intervalo y a la prueba de hipótesis. Otro libro con estructura semejante utilizado en diferentes carreras universitarias es el de Newbold *et al.* (2013), que destaca los modelos no paramétricos y presenta algunos ejemplos de aplicación. En otros textos, como los de Walpole *et al.* (2012) y Devore (2012), también se observa que hacen poco énfasis en el uso de los métodos no paramétricos porque solamente dedican un capítulo a ejemplificar tales métodos.

En cuanto a libros de texto especializados para el nivel universitario, se puede mencionar el de Siegel (1970), el cual se dedica completamente a los métodos no paramétricos aplicados a las ciencias de la conducta, la psicología y las ciencias humanas. El texto inicia describiendo las fortalezas y debilidades de utilizar los modelos estadísticos no paramétricos, las escalas de medición, la forma de seleccionar los

métodos en correspondencia con las escalas de medición de las variables, y después se centra en las principales pruebas de hipótesis que contienen datos provenientes de una variable aleatoria en una muestra, dos muestras independientes, muestras pareadas y k muestras; varios de los conjuntos de datos allí utilizados son tomados de diversos trabajos de investigación.

En el libro de texto en inglés de Lehmann y D'Abbrera (1975) se sugiere que este sea utilizado en cursos universitarios tanto de pregrado en estadística como de otras disciplinas y de posgrado. Allí se exponen únicamente tópicos de estadística no paramétrica para una, dos y tres o más muestras, diseños experimentales cuyas pruebas de hipótesis se sustentan en la teoría de rangos, testeo de aleatoriedad e independencia estadística. Los contenidos también promueven situaciones de investigación en diferentes ramas del conocimiento, pero se requieren sólidos conocimientos sobre estadística teórica para muestras pequeñas y grandes, y sobre la convergencia asintótica de las estadísticas de rangos hacia la distribución normal, la chi-cuadrado u otras.

En el libro de Randles y Wolfe (1979) se hace una introducción a la teoría estadística no paramétrica. Esta obra inicia con las estadísticas basadas en rangos, prosigue con las pruebas libres de distribución, las estadísticas del tipo U clásicas y de comportamiento asintótico. Allí se describe la función de potencia y se estudian sus propiedades, se abordan de manera fundamental los problemas de estimación y testeo de hipótesis mediante estadísticas basadas en rangos, se asumen los problemas de localización en una, dos y más muestras, y se analizan situaciones de correlación, independencia y de diversos diseños experimentales.

En el libro de Hettmansperger (1984) se trata exhaustivamente el problema de localización para una muestra, de la prueba del signo, la estimación puntual, la estabilidad, las pruebas más potentes, el problema de las muestras pareadas y la prueba del rango signado de Wilcoxon, la eficiencia relativa, las distribuciones para las estadísticas de puntajes, pruebas para estadísticas para puntajes winzorizados, el problema de localización en dos y más muestras, la prueba de Mann-Whitney, la prueba de Friedman, el coeficiente de correlación de Spearman y de Kendall, diseños experimentales no paramétricos, el modelo de regresión lineal no paramétricos, entre otros. Se manejan altos niveles de abstracción.

En el libro de Manoukian (1986), *Mathematical Nonparametric Statistics*, se hace una aproximación matemática a los diferentes modelos estadísticos no paramétricos. Se inicia con los modos de convergencia de variables aleatorias, el teorema de Slutsky y de Helly-Bray, Levy-Cramer, teorema central del límite y el de Liapunov; después se examina la teoría de las estadísticas de orden y su distribución de probabilidad, se hace un desarrollo axiomático de las pruebas no paramétricas para una, dos, tres y k muestras, sin descartar el uso de estadísticas de puntajes y diseños experimentales, el uso de la estadística de Klotz y el problema tanto de localización como de escala.

En el libro de Hájek *et al.* (1999), *Theory of Ranks Tests*, también se efectúa un tratamiento matemático de los principales modelos estadísticos no paramétricos, organizados a lo largo de diez capítulos;

Igualmente, hay un desarrollo axiomático de las pruebas no paramétricas para una, dos, tres y k muestras basadas en rangos, el uso de estadísticas de puntajes, el problema tanto de localización como de escala, y el testeo de hipótesis en modelos de regresión con base en estadísticas de rangos.

El libro de Lehmann y Casella (2001), *Theory of Point Estimation*, presenta un tratamiento teórico de la estimación puntual en los modelos estadísticos no paramétricos. Este texto está organizado en seis capítulos, comienza con elementos de la teoría de la medida, teoría de la probabilidad, la familia exponencial, convergencia en probabilidad y estadísticas suficientes; prosigue con familias no paramétricas, estimadores UMVU, el problema de localización y escala, modelos lineales, riesgo promedio y optimización, estimación simultánea, admisibilidad, optimización asintótica, entre otros. En este libro se manejan altos niveles de axiomatización.

En el libro de Wasserman (2006), titulado *All of Nonparametric Statistics*, hay una aproximación teórica a los modelos estadísticos no paramétricos que trascienden a los modelos clásicos. Esta obra se divide en diez capítulos; empieza con una contextualización de la inferencia estadística no paramétrica; después se refiere a la estimación de la función de distribución y de funcionales estadísticos, la distribución empírica, intervalos de confianza mediante *bootstrap*, técnicas de suavizado y *kernels*, regresión no paramétrica, verosimilitud local, estimación de densidades mediante *kernel*, teoría minimax, inferencia no paramétrica usando funciones ortogonales, *wavelets* y métodos adaptativos e inferencia semiparamétrica, entre otros temas.

Finalmente, en el libro de Marshal y Olkin (2007), *Life Distributions*, se expone un considerable número de modelos estadísticos con estructura no paramétrica, semiparamétrica y los que incluyen a familias paramétricas; además, se presentan familias de distribuciones mixtas en las cuales son de mucha importancia los parámetros de localización y de escala. Por supuesto, existe muchísima más literatura sobre los modelos no paramétricos que va más allá de los alcances del presente libro de investigación, pero que dejan abierta la posibilidad para emprender futuros trabajos investigativos focalizados en otras técnicas no paramétricas para la estimación de densidades de probabilidad o el uso de la teoría de Wavelets.

2.3 La estadística no paramétrica en el currículo universitario

La estadística no paramétrica es un tópico que al parecer resulta poco frecuente en el currículo universitario; su baja presencia puede atribuirse a que en los libros de texto universitarios se incluye someramente un capítulo del tema de métodos no paramétricos o no se lo incluye. En estas circunstancias, el profesor universitario tampoco lo encuentra atractivo, se abstiene de leerlo y frecuentemente no lo utiliza en sus clases. Al respecto, Gattuso y Pannone (2002) indican que se requiere una mejor preparación del profesorado que no ha logrado la suficiente formación en educación estocástica tanto desde la parte disciplinar como didáctica; de acuerdo con Mendonça *et al.* (2006), un buen número de profesores solamente han abordado un curso de estadística durante su formación

profesional, con poco énfasis en las aplicaciones de la estadística en el mundo real y mucho menos en métodos no paramétricos.

En este contexto, resulta conveniente aumentar los tópicos de estadística universitaria en el currículo de la formación del profesorado y de las carreras profesionales donde esta se imparte; asimismo, resultaría de gran utilidad incluir el uso de los modelos estadísticos no paramétricos. Algunas pruebas internacionales y nacionales han informado que los resultados obtenidos por el estudiantado en estadística son generalmente bajos (Bos et al., 2014). Para mitigar esta situación, en alguna medida los profesores han de acudir a los libros de texto actualizados, para incrementar los contenidos de estadística en el currículo y estudiarla desde una mirada paramétrica y no paramétrica.

En Colombia, bien sea en la formación del profesorado de matemáticas o en otras profesiones, los tópicos de estadística expuestos se organizan en uno o dos cursos que generalmente se dedican a trabajar elementos de estadística descriptiva, cálculo de probabilidades e inferencia estadística paramétrica (Gómez, 2011). Además, en consonancia con lo establecido en la Ley 30 de 1992 acerca de la autonomía, cada universidad fija las asignaturas y los contenidos requeridos en el proceso de formación del estudiantado a nivel universitario, lo que dificulta incorporar más contenidos de estadística y mucho menos si se trata de métodos no paramétricos.

En general, los planes curriculares incluyen pocas asignaturas de carácter optativo donde se podrían contener elementos de estadística no

paramétrica orientada hacia la investigación científica desde el aula. En la formación básica de las carreras universitarias (primeros tres semestres) se ha observado la incorporación de asignaturas como cálculos, físicas, y una materia o dos de estadística en las que se tratan temáticas muy básicas apoyadas con libros de texto destinados a estudiantes de matemáticas, ciencias e ingenierías, donde se utiliza esporádicamente el *software* estadístico (Pérez, 2005).

En cuanto a la probabilidad y la estadística, la Universidad Pedagógica Nacional ha aumentado sus contenidos y ofrece un curso completo sobre este tópico, la Universidad de Cundinamarca se ha propuesto dictar la materia denominada pensamiento aleatorio, la Universidad del Tolima ha incursionado con la historia de las matemáticas y de la estadística (Gómez, 2011), en la UPTC se ha detectado que se ofrecen dos cursos de estadística en las principales carreras universitarias que oferta cada semestre. A pesar de esto, cabe destacar que algunas universidades como la Nacional, la del Valle, la de Córdoba, Santo Tomás, Sergio Arboleda, El Bosque, entre otras, ofrecen la carrera profesional de estadística, donde su plan curricular sí contiene diversos tipos de estadística, incluida la “no paramétrica”.