

Aspectos teóricos y metodología utilizada

En el presente capítulo se examinan tres subcategorías —los aspectos teóricos, el problema que guía la investigación y la metodología asumida—, que han proporcionado los elementos teóricos para la consolidación del proceso investigativo de este trabajo. En la primera se exponen aspectos conceptuales de la estadística tanto descriptiva como inferencial y se indaga sobre el tratamiento de la estadística no paramétrica en los libros de texto universitarios. En la segunda se indican diferentes aspectos de tipo contextual que han contribuido a identificar y justificar el problema de investigación. Y en la tercera subcategoría se describe la metodología empleada, que contiene una trayectoria para desarrollar el proceso investigativo.

1.1 Aspectos teóricos

Desde hace muchos años, el ser humano ha realizado actividades relacionadas con la recolección, organización, representación e interpretación de la información proveniente de la observación sistemática de los fenómenos naturales y sociales que ocurren en su entorno inmediato. Con el transcurso del tiempo, estas actividades fueron enmarcadas en un campo particular del conocimiento denominado estadística; al principio, este campo fue asumido como una actividad administrativa propia del Estado (Burbano et al., 2021); así, mediante la estadística, el Estado podía cobrar impuestos, controlar la natalidad, administrar la riqueza y los procesos productivos focalizados en la

fabricación y comercialización de artículos de consumo, el conteo del ganado y el almacenamiento de los productos agrícolas, entre otras actividades (Rioboó et al., 1997).

A lo largo de varios siglos, la estadística se fue consolidando como una técnica para analizar los datos provenientes de diversas fuentes. Paulatinamente, se constituyó en una herramienta del método científico experimental y en la actualidad se ha establecido como la “ciencia de los datos” (Gunderson y Aliaga, 2005). Por otro lado, desde hace miles de años el hombre ha tratado de comprender y cuantificar los fenómenos no deterministas (aleatorios) en un intento por asimilar el azar y la idea de lo probable, presentes tanto en la naturaleza como en la sociedad. En estas circunstancias se empezó a gestar el concepto de probabilidad, el cual estuvo relacionado inicialmente con diversas creencias, aspectos morales y filosóficos, pero también fue mutando hacia procesos aritméticos relacionados con el reparto de apuestas en los juegos de azar y suerte (Burbano y Valdivieso, 2020).

Desde un punto de vista matemático, la probabilidad empieza a surgir con la búsqueda de soluciones al problema de reparto de apuestas provenientes de la práctica reiterada de los juegos de azar. A finales de la Edad Media, con los trabajos de Tartaglia, Pascal y Fermat, entre otros, se inicia el cálculo de probabilidades. Posteriormente, matemáticos como Bernoulli, Bayes, De Moivre, por mencionar solo algunos, contribuyeron con sus trabajos investigativos para que Laplace en 1812 formulara el concepto de probabilidad clásica restringido a espacios muestrales finitos y al concepto de equiprobabilidad. En el siglo XX, la probabilidad

alcanza finalmente el estatus de rama de las matemáticas con la definición axiomática debida a Kolomogorov (1933); en este contexto, la probabilidad es entendida como una medida numérica de la posibilidad de que ocurra un evento (Martínez y Caballero, 2016).

Durante más de dos mil años predominó la estadística descriptiva destinada a realizar procesos de indagación centrados en la recolección de información y el procesamiento de esta a través de la organización de los datos, la representación mediante diversos tipos de gráficos, el análisis y la interpretación de resultados, a fin de generar algunas conclusiones fundamentadas en la exploración de los datos (Burbano y Valdivieso, 2016); aunque, solamente en la primera mitad del siglo XX fue posible establecer un puente entre la probabilidad y la estadística descriptiva. En efecto, gracias a los trabajos de Pearson, Neymar y Fisher se generaron procesos de tipo estadístico que dieron origen a una teoría sólida para desarrollar procesos inferenciales a través del testeo de hipótesis. Para ello, se asume una determinada distribución de probabilidad para los datos de una variable de interés en una muestra aleatoria tomada de una determinada población (García y Ríos, 1998).

De forma intuitiva, la estadística inferencial se usa para obtener conclusiones generalizables y válidas para una población delimitada como objeto de estudio, con base en una muestra aleatoria seleccionada de forma pertinente de esa población (Hurtado y Silvente, 2012). Formalmente, esta estadística se dirige a realizar procesos para estimar los parámetros (valores desconocidos) de una población especificada y a efectuar pruebas de hipótesis (docimasia) que contengan dichos

parámetros (Gutiérrez y De la Vara, 2008). Los parámetros son objetos matemáticos que corresponden a ciertos valores, los cuales se pueden considerar verdaderos, únicos y válidos para toda la población objeto de investigación; se calculan con los datos de la variable de interés en los individuos de una población específica. En inferencia estadística, por lo general, los parámetros son desconocidos y se estiman siguiendo diversos métodos (Burbano y Valdivieso, 2016).

De acuerdo con Corzo (2005), un proceso de inferencia estadística tiene que ver con la extracción de una muestra aleatoria X de una población determinada, la cual presenta una distribución de probabilidad F (distribución muestreada) con uno o más parámetros que se desconocen. Sobre tales parámetros se pueden efectuar tres clases de inferencia estadística: i) estimación puntual, ii) estimación por intervalos de confianza, y iii) prueba de hipótesis, las cuales contienen tales parámetros.

Generalmente, los métodos para realizar los procesos de inferencia requieren que se cumplan ciertos supuestos referidos a la forma de la distribución F (simetría, apuntamiento y centralidad, entre otros) con el propósito de construir regiones críticas o de rechazo de la hipótesis nula. Cada vez que la hipótesis nula sea rechazada, resulta razonable aceptar la hipótesis alternativa o de investigación.

Según Burbano y Valdivieso (2016), una hipótesis estadística es una afirmación o conjetura que el investigador hace sobre los parámetros de la población por estudiar, con el fin de establecer si estos han cambiado o

se mantienen en un valor fijo. Un proceso de inferencia estadística suele incluir dos clases de hipótesis: la nula, que se acostumbra a simbolizar con H_0 , y la hipótesis alternativa, que se puede denotar con H_1 . La hipótesis nula se formula en términos en que el parámetro sea al menos igual a un valor; esta hipótesis es la que se ha de aceptar o rechazar (Krueger, 2001). La hipótesis alternativa se plantea en términos en que el parámetro ha disminuido, ha aumentado o ha resultado diferente al valor consignado en la hipótesis nula. Este proceso conduce a tener una prueba unilateral izquierda, unilateral derecha o bilateral.

Krueger (2001) afirma que en los procesos inferenciales pueden cometerse dos tipos de errores: el error tipo I se comete cuando se rechaza la hipótesis nula, dado que esta era verdadera; la probabilidad de cometer este tipo de error se denota con α e indica la probabilidad de rechazar H_0 siendo cierta; se considera razonable que α sea menor o igual que 0.05; por lo tanto $1 - \alpha$ corresponde a la probabilidad de aceptar la hipótesis nula, dado que es cierta. Por otra parte, el error tipo II suele cometerse cuando se acepta la hipótesis nula, dado que aquella es falsa; la probabilidad de cometer este otro tipo de error suele denotarse con β ; en consecuencia $1 - \beta$ corresponde a la probabilidad de rechazar H_0 dado que es falsa (Krueger, 2001). Por consiguiente, en un proceso de prueba de hipótesis las conclusiones obtenidas pueden estar afectadas por estos tipos de errores.

En el ámbito de la estadística inferencial suele realizarse el proceso de prueba de hipótesis desde una mirada paramétrica o no paramétrica. La estadística inferencial paramétrica incluye el cumplimiento estricto de

algunos supuestos sobre la forma de la distribución de probabilidad muestral, entre ellos, la simetría, la normalidad de los datos, el apuntamiento, la centralidad. De acuerdo con Delicado (2008), los modelos estadísticos para desarrollar procesos de inferencia estadística desde un enfoque paramétrico comprenden los siguientes elementos: i) una variable aleatoria real X con función de distribución de probabilidad F , ii) la distribución F ha de pertenecer a una familia de distribuciones de probabilidad, la cual debe poderse indexar a través del parámetro Θ con dimensión finita; este hecho se denota de la siguiente manera:

$$X \sim F \text{ con } F \in \mathfrak{F}_\Theta = \{F_\theta : \theta \in \Theta \subseteq \mathbb{R}^k\}$$

En este contexto, iii) \mathfrak{F}_Θ suele denominarse el modelo estadístico paramétrico.

Por otro lado, la estadística no paramétrica incluye un conjunto de métodos para procesos de inferencia estadística focalizados en métodos de prueba de hipótesis anclados en modelos estadísticos no paramétricos; en este contexto, una variable aleatoria X está regida por un modelo no paramétrico si sobre su distribución de probabilidad F se hacen muy pocos supuestos sobre la forma de F (Corzo, 2005) o se debilitan los supuestos sobre F para hacer la inferencia sobre los parámetros. Por ejemplo, se puede exigir que F sea una función de distribución absolutamente continua o que F sea simétrica en torno a su mediana, simplemente que la función de densidad proveniente de F tenga dos derivadas continuas (Delicado, 2008). En esta situación, en diversos casos se utilizan estadísticas (variables aleatorias) cuya distribución muestral no depende de F ; es decir, las pruebas o los contrastes de

hipótesis son libres de la distribución de los datos, también son conocidas como *distribution-free tests*.

Los modelos estadísticos no paramétricos aparecieron durante la segunda mitad del siglo XX. Después de 1950 surgieron los métodos paramétricos clásicos, varios de los cuales se fundamentan en estadísticas de rangos y se constituyen en una alternativa para testear hipótesis sobre la media, la mediana, diferencia de medias, análisis de varianza cuando los datos están en una escala ordinal; además, se han generado pruebas específicas en aquellos casos en los que los datos se encuentran en una escala nominal (Gibbons, 1997). Entre los modelos no paramétricos clásicos están los basados en la distribución binomial, la prueba del signo, la del rango signado de Wilcoxon, la prueba de Mann-Whitney, la de Kruskal-Wallis, la de Friedman, el coeficiente de correlación de Spearman y la prueba K-S de Kolmogorov-Smirnov, por mencionar solo algunas (Lehmann y D'Abbrera, 1975).

Durante el último tercio del siglo XX surgieron modelos no paramétricos más complejos, destinados a la estimación no paramétrica de funciones de densidad (curvas), a la valoración de funciones de regresión, verosimilitud local, estimación por splines, modelos semiparamétricos, entre otros (Wasserman, 2006). La investigación con este tipo de modelos se ha fortalecido por cuanto actualmente es posible apoyarse en *software* estadístico especializado y programas computacionales para realizar el respectivo testeo de las hipótesis. Los métodos no paramétricos clásicos se han constituido en una herramienta poderosa para la investigación formal desde una mirada cuantitativa (positivista) en áreas como las ciencias del comportamiento, las ciencias sociales y

humanas (Siegel, 1970), la administración de empresas (Lind et al., 2015), las ingenierías (Olaya, 2012; Canavos, 1988), entre otras.

Enseguida, se abordan algunos aspectos conceptuales acerca del desarrollo de procesos de inferencia estadística: variable aleatoria, función de distribución de probabilidad, población, individuo, variable, dato, muestra, muestra aleatoria, rangos en una muestra aleatoria, estimadores.

Según Burbano y Valdivieso (2020), dado un espacio de probabilidad $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$ donde Ω es un conjunto no vacío que contiene todos los resultados de un experimento aleatorio denominado espacio muestral, \mathfrak{F} es una familia de subconjuntos del espacio muestral con una estructura de sigma álgebra y P una medida de probabilidad definida desde el sigma álgebra hacia el intervalo desde cero hasta uno. Entonces, una variable aleatoria real X corresponde a una función medible definida desde el espacio muestral Ω hacia el conjunto de los números reales, de tal modo que, para todo evento A en el sigma álgebra de Borel se ha de cumplir que la imagen inversa de A con la función X corresponde a un evento en el sigma álgebra \mathfrak{F} ; es decir, la variable aleatoria se constituye en un mecanismo para transformar los resultados del espacio muestral en números reales.

Según Blanco (2004), una función de distribución F para la variable aleatoria X es una función definida desde los números reales hacia el intervalo $[0,1]$ que debe cumplir las siguientes condiciones: i) $F(x)$ tiene valores desde cero hasta uno, para todo número real x , ii) $F(x)$ es

monótona no decreciente, iii) $F(x)$ es una función real continua por la derecha, iv) $F(\infty) = \lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$, v) $F(-\infty) = \lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$.

La población se constituye por un conjunto de individuos, sobre el cual recae un proceso investigativo en torno a una o varias características de acuerdo con un objetivo específico; estadísticamente, tal población se considera finita (de tamaño N) siempre y cuando se puedan listar todos los individuos que la conforman, en otro caso, se dice que esa población es infinita (Burbano et al., 2021). Cada individuo es un elemento metodológico para ejecutar el proceso de indagación; estos individuos pueden corresponder a objetos, personas, animales, entre otros, con características comunes por ser investigadas en concordancia con un objetivo (Valdivieso, 2011); tal objetivo se utiliza para delimitar el objeto de estudio en el tiempo y en el espacio.

Las variables son cada una de las características que interesa analizar o investigar en los individuos que constituyen una población o conforman una muestra representativa de aquella. Cuando se trabaja con una muestra y los datos de una variable específica, se calculan determinados valores denominados estimadores, los cuales, al cambiar de una muestra a otra, se constituyen en variables aleatorias susceptibles de tener una función de distribución de probabilidad, llamada distribución muestral (Lindgren, 1993). Una muestra aleatoria, llamada también muestra probabilística, se conforma por “ n ” individuos (tamaño n) seleccionados a través de un diseño muestral que incluye un muestreo probabilístico; por ejemplo, un muestreo aleatorio simple, estratificado o por conglomerados (Lind et al., 2015).

Los datos corresponden a cada uno de los valores admitidos para una variable de interés, los cuales, con frecuencia, se denotan con letras minúsculas acompañados de subíndices; por ejemplo, la secuencia $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ representa los datos de una variable X especificada.

Generalmente, las variables suelen clasificarse en cuantitativas y cualitativas. Una variable se define como cualitativa o categórica cuando sus datos permiten clasificar a los individuos en grupos mutuamente disjuntos (excluyentes) llamados categorías; para este tipo de variable, los datos se miden en una escala nominal. Una variable cuantitativa mide cantidades o intensidades de la característica por estudiar. Las variables cuantitativas suelen clasificarse en discretas y continuas. Una variable X es discreta cuando admite valores en un conjunto finito o en un conjunto contable de números reales; en particular, toma valores en el conjunto de números enteros; por ejemplo, puntajes de cierta variable (Siegel, 1970). Este tipo de variable se puede medir en una escala ordinal, lo cual implica que sus datos son susceptibles de ser ordenados tanto de menor a mayor como de mayor a menor.

Una variable X se denomina continua cuando admite cualquier valor dentro de un intervalo de números reales. Este tipo de variable puede medirse en escala de intervalo cuando el cero es relativo, lo cual quiere decir que el cero no denota ausencia de la característica que se esté midiendo; por ejemplo, al considerar los datos de la variable temperatura, el dato cero grados centígrados no significa ausencia de temperatura. Además, una variable continua está en escala de razón cuando el cero es absoluto, lo que muestra que el cero expresa ausencia de la cantidad de la

característica que se esté midiendo; por ejemplo, si X representa las utilidades de una empresa en millones de pesos por mes, el valor cero implica que no se obtuvieron utilidades en ese mes (Burbano et al., 2021).

Una muestra aleatoria corresponde a un conjunto de “ n ” variables aleatorias $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, las cuales están idénticamente distribuidas; esto significa que tales variables son independientes y tienen la misma función de distribución F (Mayorga, 2003; Lindgren, 1993). Ahora, si $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ es una realización de tal muestra aleatoria (conjunto de valores de la variable X), entonces se ha de cumplir que la función de probabilidad conjunta se puede expresar con el producto de sus correspondientes marginales, o sea:

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = f(x_1) \cdot f(x_2) \cdot f(x_3) \dots f(x_n)$$

Por ejemplo, si X es una variable aleatoria con distribución normal con media 90 y desviación estándar de 3, su función de distribución de probabilidad está dada por:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t-90}{3}\right)^2\right] dt$$

La función de densidad de probabilidad para esta variable es la siguiente:

$$f(t) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t-90}{3}\right)^2\right] \text{ con } t \in \mathbb{R}$$

Una muestra aleatoria $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ para estudiar una variable aleatoria X con la mencionada distribución de probabilidad para una

realización $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ha de satisfacer las siguientes igualdades (Burbano y Valdivieso, 2016):

$$f(x_1) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_1 - 90}{3}\right)^2\right] \text{ con } x_1 \in \mathbb{R}$$

$$f(x_2) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_2 - 90}{3}\right)^2\right] \text{ con } x_2 \in \mathbb{R}$$

De similar modo se prosigue hasta obtener:

$$f(x_n) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_n - 90}{3}\right)^2\right] \text{ con } x_n \in \mathbb{R}$$

En los casos en los cuales haya necesidad de hacer un análisis que involucre dos o más variables con sus respectivas muestras aleatorias con el propósito de indagar sobre su efecto simultáneo, es conveniente efectuar un análisis multivariado de datos o el testeo de sistemas de hipótesis que pueden incluir dos o más parámetros (Hair y Taham, 2008), ya sea considerando modelos paramétricos o no paramétricos. En una muestra aleatoria $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ para estudiar una variable aleatoria X , se denota con R_i el rango del dato x_i dentro de la secuencia $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ y se define como el puesto que ocupa x_i en la sucesión ordenada $X_{(1)} < X_{(2)} < X_{(3)} < \dots < X_{(n)}$ (Hettmansperger, 1984; Corzo, 2005).

Finalmente, un estimador corresponde a una variable aleatoria que se construye como una función de las variables que conforman una muestra

aleatoria (Mayorga, 2003). El estimador construido no debe depender de parámetro alguno referido a la distribución de probabilidad F que representa a la población de donde se ha obtenido la muestra aleatoria (Lindgren, 1993); es decir, un estimador T se denota del siguiente modo:

$$T = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$$

Algunos estimadores usuales en inferencia estadística —tanto paramétrica como no paramétrica— son el promedio, la varianza, el porcentaje o proporción, el coeficiente de variación muestral, entre otros; los cuales se denotan con \bar{X} , S^2 , \hat{p} , CV y definen como sigue (Burbano et al., 2021):

Promedio muestral:
$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

Varianza muestral:
$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}$$

El coeficiente de variación muestral:
$$CV = \frac{S}{\bar{X}}$$

El porcentaje muestral:
$$\hat{p} = \frac{x}{n}$$

donde x representa la cantidad de individuos con la característica X por estudiar en la muestra de tamaño n .

1.2 El problema por investigar

En esta sección se presentan diferentes aspectos de tipo contextual que han contribuido a identificar y justificar el problema de investigación.

Entre estos se pueden mencionar la necesidad de abordar algunos tópicos de estadística no paramétrica en el currículo universitario, el planteamiento de interrogantes que harían posible el desarrollo del trabajo investigativo y aspectos relativos al tratamiento del tema de modelos estadísticos no paramétricos en la literatura respectiva.

1.2.1 Razones para incluir tópicos de estadística no paramétrica en el currículo universitario

Los niveles de formación logrados por el profesor universitario en aspectos disciplinares y didácticos son elementos indispensables para promover el aprendizaje de la estadística y su aplicación a fin de fortalecer la investigación formativa desde el aula (Burbano, 2017). Desde este punto de vista, el sistema educativo universitario ha de generar escenarios adecuados para que sus profesores puedan acceder a procesos de cualificación continuada y contribuir de manera proactiva en la formación profesional del estudiantado y en su desempeño eficiente en la sociedad, la cual espera que los profesionales sean individuos competentes en el contexto real. Por esto se requiere que los futuros profesionales sean formados en las aulas no solo en aspectos académicos, sino tecnológicos y científicos, y que se propicien también estrategias de aprendizaje independiente para que estén en capacidad de continuar aprendiendo a lo largo de su vida laboral (Kant, 2003).

En particular, la estadística es un campo de conocimiento que, gracias a sus métodos cuantitativos específicos, significa un elemento valioso para que el futuro profesional pueda aportar soluciones a problemas reales mediante el procesamiento adecuado de la información inherente a la

situación problemática. De allí que desde los salones de clase sea conveniente potenciar el pensamiento y el razonamiento estadístico, de modo que contribuyan a promover la investigación científica con un principio de autonomía (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2006; congreso de la República, 1992). Tanto la probabilidad como la estadística, ya sea descriptiva o inferencial, son herramientas conceptuales que permiten potenciar en el estudiantado su pensamiento aleatorio (estocástico) y el manejo de diversos sistemas de datos —entre ellos, las pruebas de hipótesis— requeridos para tomar mejores decisiones en una variedad de situaciones en las cuales haya presencia de azar, riesgo o incertidumbre (MEN, 2006).

El interés por impartir contenidos de estadística y probabilidad en la educación preuniversitaria y superior se gestó en el contexto internacional y paulatinamente se ha ido adoptando en el escenario nacional. La educación estadística (estocástica) recoge un conjunto de saberes que crecieron con los aportes de la misma estadística ante la necesidad de procesar y analizar datos, y por las estrategias provenientes de las matemáticas y su didáctica (Garfield y Ben Zvi, 2008). Actualmente, la educación estocástica reúne un amplio campo de trabajo investigativo en concomitancia con otras ramas del saber, entre ellas, las ingenierías, las ciencias naturales, las ciencias sociales y humanas, las matemáticas, la física, la biología, la psicología, la economía, la administración de empresas, las telecomunicaciones; además, su enseñanza ha sido auspiciada por organismos internacionales como la Asociación Americana de Estadística, el Instituto Internacional de

Estadística y la Asociación Internacional de Educación Estadística (Mason et al., 1990).

La educación estadística, además de ocuparse de los contenidos que han de ser enseñados en el aula, incluye procesos de investigación que abordan desde diversas perspectivas los procesos de enseñanza y aprendizaje (E–A) de la estadística y la probabilidad; además, se interesa por avanzar en el uso de métodos alternativos para la prueba de hipótesis tales como los modelos estadísticos no paramétricos, así como por intensificar la utilización del *software* estadístico —ya sea libre o con licencia— para implementar procesos investigativos apoyados en métodos cuantitativos de estadística. Por lo tanto, posibilita potenciar y mejorar la formación profesional del estudiantado universitario en diversas titulaciones (Pérez, 2005) con el fin de acrecentar sus competencias académicas, investigativas y laborales.

En el contexto internacional se han propuesto planes curriculares, materiales de apoyo didáctico y estrategias para promover el aprendizaje de la estadística desde la educación primaria hasta la universitaria; empero, también se ha identificado la necesidad de mejorar la formación profesional del profesorado en su conocimiento disciplinar y didáctico acerca de las distintas ramas de la estadística (Barnett, 1982). Estos aspectos deben ser impulsados por las universidades para mitigar procesos de E–A centrados en la mera instrucción, la transmisión mecánica de contenidos, el aprendizaje memorístico de fórmulas (Pinto, 2010) y abrirle paso al desarrollo de actividades dinámicas orientadas al aprendizaje significativo y contextualizado para el estudiante, de modo

que paulatinamente lo conecten con los procesos de investigación científica (Burbano, 2017).

Por otro lado, a pesar de que las materias de estadística y probabilidad se han constituido en herramientas que acrecientan el razonamiento de las personas y posibilitan la solución de una variedad de problemas de corte cuantitativo que involucren el manejo de datos, en Colombia tanto el plan curricular en la educación secundaria como en la universitaria incluyen solamente unos contenidos básicos de probabilidad y estadística (Gómez, 2011), y no permiten la explotación de todo su potencial en esta sociedad informatizada, compleja y global, en la cual de forma cotidiana el futuro profesional requerirá tomar decisiones en contextos laborales marcados frecuentemente por la incertidumbre y soportados por gigantescas cantidades de información que deberá procesar y utilizar junto con las tecnologías de la información y de las comunicaciones (TIC) a fin de generar soluciones a diversos problemas (Burbano y Valdivieso, 2020).

Como era de esperarse, la inferencia estadística con sus métodos paramétricos y no paramétricos se aplica en distintos contextos, entre ellos, en el ejercicio profesional en la vida real, en el pronóstico de consecuencias en situaciones azarosas, en el control de calidad de los productos y servicios, su confiabilidad y durabilidad (Burbano et al., 2019). Los procesos de testeo de hipótesis efectuados a partir de muestras aleatorias para una variable de interés, ciertos procesos de simulación soportados en el uso de números aleatorios y el análisis multivariado de datos requieren un conocimiento más profundo de la estadística; en este contexto, un profesor universitario con un alto nivel de dominio de esta materia es un elemento fundamental para planear los contenidos y apoyar

el aprendizaje estadístico con variados recursos didácticos como los libros de texto universitarios y los programas de computador pertinentes.

Adicionalmente, el profesor ha de seleccionar adecuadamente los libros de texto, de modo que se conviertan en un elemento de apoyo para el aprendizaje estudiantil; aun cuando, los libros presentan diferentes niveles de complejidad en el tratamiento de los distintos temas; unos se focalizan más en la estadística descriptiva, la probabilidad, la estadística inferencial, y otros posiblemente incluyan tópicos alusivos al manejo de los modelos estadísticos no paramétricos. Por consiguiente, el profesor será el encargado de dar una graduación pertinente a las temáticas por abordar; por ejemplo, para los cursos universitarios introductorios se recomienda trabajar elementos de estadística descriptiva e inferencia estadística básica, fundamentadas en los modelos paramétricos, y para un curso con mayor profundidad se pueden examinar los tópicos referidos al análisis multivariado de datos mediante técnicas paramétricas y no paramétricas (Burbano et al., 2021).

Con frecuencia, ciertos profesores universitarios consideran que con los elementos básicos referidos a probabilidad y estadística, los estudiantes podrán cursar con éxito las demás asignaturas que requieren el uso de estas materias en su plan curricular. Otros argumentan que la inferencia estadística que incluya los métodos no paramétricos para probar hipótesis o la definición de medidas de probabilidad desde el enfoque axiomático resultan demasiado teóricas y pueden ser estudiadas en los cursos de maestría en los cuales se requieran (Pérez, 2005; Burbano y Valdivieso, 2020). Además, una gran cantidad de textos de estadística del nivel

universitario plantean de forma incompleta o sesgada las pruebas de hipótesis (Krueger, 2001), abordan la probabilidad desde la mirada clásica de Laplace (Sánchez y Monroy, 2013) o no consideran a cabalidad la forma de la distribución de probabilidad F para el testeo de hipótesis o el uso de métodos estadísticos no paramétricos (Corzo, 2005).

Finalmente, en relación con el proceso E–A de la estadística y la probabilidad, un sinnúmero de profesores universitarios explicitan sus creencias de que un conocimiento estadístico-probabilístico profundo será suficiente para enseñar las asignaturas de este tipo en la universidad; además, asumen metodologías de enseñanza similares a las utilizadas para enseñar el álgebra, la geometría, la física, la ingenierías, sin reflexionar que tales metodologías son de tipo determinista y excluyen el tratamiento impredecible de los fenómenos aleatorios o la persistencia de la variabilidad en los datos estadísticos. Estas concepciones requieren ser revaluadas, por cuanto en los últimos tres lustros la investigación educativa ha mostrado que la problemática del aprendizaje estudiantil está relacionada con aspectos de tipo cognitivo, epistemológico, social, didáctico y de aplicación del conocimiento en diversos contextos (Salinas y Alanís, 2009). Este tipo de creencias se perpetúan aún más en la eventualidad de que los libros de texto universitarios con los cuales los profesores preparan sus clases puedan presentar inconsistencias, sesgos o interpretaciones inadecuadas ya sea dentro de la estadística descriptiva (Mayen, 2009) o de la estadística inferencial, y particularmente en lo referente al uso de modelos estadísticos no paramétricos (Delicado, 2008).

1.2.2 Cuestionamientos iniciales para orientar el trabajo investigativo

La ley 30 de 1992 es el marco regulatorio de la autonomía universitaria, y en consonancia con ella el profesor universitario tiene libertad para desarrollar sus cátedras, tomar decisiones sobre las actividades académicas e investigativas, a fin de que el estudiantado pueda desarrollar sus competencias generales y específicas de acuerdo con las asignaturas que conforman el plan de estudios de una determinada carrera universitaria. En este contexto, en el currículo de diversas titulaciones se incluyen elementos de estadística y probabilidad atendiendo las necesidades de formación en correspondencia con el perfil profesional; asimismo, el docente puede seleccionar los libros de texto universitarios donde al estudiantado le sea posible complementar su proceso de aprendizaje y acrecentarlo con sus dinámicas de aprendizaje independiente; en este sentido, un adecuado libro de texto también puede facilitar el aprendizaje de temas puntuales sobre inferencia estadística, como lo es el testeo de hipótesis. En estas circunstancias, un adecuado libro de texto significa un recurso didáctico tanto para el estudiante como para el profesor.

En este orden de ideas, los primeros interrogantes que se plantearon en este trabajo fueron: ¿cuáles ejes temáticos de inferencia estadística son frecuentes en los libros de texto del nivel universitario? En los textos universitarios ¿cuáles temáticas de estadística descriptiva, probabilidad o inferencia estadística son tratadas? En los libros clásicos de estadística universitarios ¿se examinan con suficiente profundidad las medidas de probabilidad y las funciones de distribución?

Por otra parte, refiriéndose a los libros de uso común en el aula, Occeci y Valeiras (2013) señalan que los libros pueden constituirse en instrumentos de mediación en el proceso E–A, los cuales posibilitan la traducción de significados y la concreción de los objetivos establecidos en el plan curricular. Desde esta perspectiva, los libros de texto universitarios permiten presentar unos contenidos específicos con una visión teórico-didáctica singular, destinada a promover la adquisición de conocimientos y el desarrollo de competencias en el estudiantado en concomitancia con lo establecido en el perfil profesional. Ante esto, otra pregunta que surgió fue la siguiente: ¿cuáles aspectos didácticos son observables en los libros de estadística del nivel universitario?

Adicionalmente, y siguiendo las recomendaciones de Wild y Pfannkuch (1999) de que en la enseñanza de la estadística se ha de utilizar un conjunto de pasos para que el estudiantado los aplique en contextos reales y potencie su procesos de investigación formativa, se plantearon las siguientes preguntas: ¿en los libros universitarios de estadística se observa el desarrollo de actividades propias del ciclo investigativo constituido por: recolección de información, organización, formulación de hipótesis, prueba y obtención de conclusiones? ¿De qué manera son expuestos los problemas reales en los libros universitarios de estadística? ¿Se da prelación a los ejercicios académicos frente a la formulación y solución de problemas reales en los cuales se ha de usar la inferencia estadística? ¿Se incluyen en los libros clásicos suficientes tópicos relacionados con el uso de los modelos estadísticos no paramétricos?

Como era de esperarse, las respuestas a las preguntas formuladas no son inmediatas; por lo tanto, una exploración minuciosa de diferentes libros universitarios de estadística puede dar luces para responder a tales interrogantes; en especial, a la siguiente pregunta general que orientó el trabajo investigativo: ¿cuáles textos universitarios contemplan modelos estadísticos no paramétricos como alternativa a los modelos paramétricos clásicos? Para resolver esta pregunta fue necesario inicialmente implementar algunas actividades de investigación documental consistentes en: i) observar las características propias de los libros de texto universitarios utilizados como recursos didácticos para apoyar el aprendizaje de la inferencia estadística, ii) generar reflexión en los profesores universitarios sobre la necesidad de emplear secuencias didácticas en el aula de modo que potencien el uso de la estadística tanto desde el punto de vista académico como investigativo, y iii) elaborar textos didácticos donde se haga un tratamiento especializado de, al menos, las pruebas clásicas no paramétricas.

Por otro lado, se sugiere que en un próximo trabajo investigativo se explore sobre el conocimiento estadístico del profesor universitario en torno a los modelos no paramétricos y a su uso en proyectos de investigación en diversas áreas del saber. Además, se plantea la necesidad de elaborar y publicar libros de estadística como resultado de proyectos de investigación que permitan paulatinamente hacer una transformación en las maneras tradicionales de abordar la inferencia estadística. Para esto pueden utilizarse los modelos y marcos teóricos planteados en Burbano *et al.* (2017), entre otros.

1.3 Metodología y resultados

En la elaboración de los trabajos de investigación es posible adoptar distintas metodologías, las cuales deben ser concordantes con la pregunta planteada para orientar la ejecución del proceso investigativo. De ahí que se requiera utilizar un marco teórico que permita asumir un diseño metodológico constituido por un conjunto de procedimientos y actividades para obtener los resultados esperados en el proceso investigativo (Burbano et al., 2019). Para el caso de esta obra, el proceso inició con la revisión de literatura acerca del tratamiento de tópicos de estadística inferencial y de estadística no paramétrica en los libros de texto universitarios; en particular, lo referente a las pruebas de hipótesis mediante modelos estadísticos no paramétricos.

Para ello, fue conveniente adoptar un método mixto de investigación (Hernández y Mendoza, 2018), el cual conjugó elementos de investigación cualitativa relativos al tratamiento de datos textuales provenientes de fuentes diversas y la emergencia de categoría en el análisis de los libros de texto, así como métodos estadísticos para implementar procesos de inferencia estadística focalizados en socializar un conjunto de situaciones problema en el uso de modelos estadísticos no paramétricos, los cuales pueden promover la investigación científica desde las aulas universitarias. La investigación cualitativa se centró en un “análisis de contenido” (Bardin, 1986) a diversos textos de estadística de potencial utilización en la educación superior; asimismo, se utilizaron técnicas provenientes del ámbito de la investigación documental (Uribe, 2005). Algunos de los resultados que se presentan en las situaciones problema sobre prueba de hipótesis fueron obtenidos al aplicar elementos

del círculo hermenéutico (Burbano, 2017) acompañados de la experiencia docente y la reflexión continua de los investigadores.

Para los procesos de inferencia estadística asociados a las situaciones problema, se aplicaron los métodos no paramétricos en el testeo de hipótesis, tanto para una muestra como para dos, tres o más muestras. En este contexto, se asumió un algoritmo semejante al expuesto por Burbano y Valdivieso (2016), constituido por los siguientes pasos:

1) Plantear el sistema de hipótesis por comprobar

$$H_0: \Theta = \Theta_0$$

$$H_1: \Theta > \Theta_0$$

$$H_0: \Theta = \Theta_0$$

$$H_1: \Theta < \Theta_0$$

$$H_0: \Theta = \Theta_0$$

$$H_1: \Theta \text{ diferente de } \Theta_0$$

Donde Θ representa al parámetro de interés y Θ_0 un valor de dicho parámetro.

2) Fijar el nivel de significancia para hacer la prueba de hipótesis. Tal nivel debe corresponder a un valor α menor o igual que 0.05.

3) Identificar la dirección de la prueba, a fin de establecer la región crítica o de rechazo de la hipótesis nula. Aquí, el primer par de hipótesis corresponde a una prueba unilateral derecha; el segundo par, a una prueba unilateral izquierda, y el tercer par, a una prueba bilateral.

4) Seleccionar una estadística de prueba en correspondencia con los datos provenientes de la muestra.

5) Tomar una decisión: si el estadístico de prueba cae en la región crítica, entonces se rechaza la hipótesis nula; de forma equivalente, si el P-valor asociado a la estadística de prueba es menor que el nivel de significancia α , entonces se rechaza la hipótesis nula. Así, cada vez que se rechace la hipótesis nula, se ha de aceptar la hipótesis alternativa o de investigación, ya que estadísticamente no hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis alterna. También se puede estimar el respectivo intervalo de confianza para probar las hipótesis.

6) Obtener una conclusión.

Es conveniente mencionar que antes de aplicar el anterior algoritmo, el investigador debe interpretar la situación problema por resolver y establecer si la prueba de hipótesis se debe hacer a través de métodos paramétricos o por modelos estadísticos no paramétricos

1.3.1 Aspectos asociados a una línea de investigación

Este trabajo fue elaborado en el contexto de acción investigativa del Grupo de Investigación en Ciencias (GICI), una de cuyas líneas de investigación tiene que ver con la educación estadística; además, se relaciona con otra línea denominada estadística aplicada a las ciencias. El mencionado grupo ha sido clasificado en la categoría B por Minciencias de Colombia y pertenece a la UPTC. Con esta línea de indagación y otras asumidas por el Grupo GICI se busca promover los procesos de investigación científica desde las aulas universitarias. Este propósito permite tanto a los profesores como a los estudiantes enfrentar diversos retos, ya sean académicos o investigativos, generados en el seno de la

sociedad actual, caracterizada por la globalidad, la complejidad y el uso frecuente de las TIC en los ámbitos universitario y laboral.

1.3.2 De los métodos a la acción con procedimientos y resultados

Para este trabajo investigativo se decidió utilizar métodos cuantitativos y cualitativos, a fin de evidenciar los hallazgos y soportar la obtención de resultados; por consiguiente, los procedimientos guardan relación con estos métodos, los cuales se enmarcan en un enfoque mixto de investigación (Hernández y Mendoza, 2018). Estos aspectos propios de la metodología son concordantes con los interrogantes planteados. Por otra parte, la pregunta global formulada que apunta al objeto de estudio y el conjunto de procedimientos permitieron generar acciones concretas de investigación, para indagar y documentar sobre las diferentes maneras en que los autores de los libros de texto universitarios abordan tanto la cantidad de contenidos como las estrategias propias para exponer las temáticas referidas a los métodos estadísticos no paramétricos. Asimismo, posibilitaron hacer aportes para el planteamiento y la solución de una cantidad considerable de situaciones problema desde una mirada cuantitativa y como resultado de una cuidadosa revisión de literatura y del análisis de contenido sobre distintas fuentes.

De acuerdo con Bardín (1986), el análisis de contenido es una técnica cualitativa dirigida a generar categorías y subcategorías al dar sentido e interpretar los datos textuales o información documental acerca de una temática de estudio; en este contexto, el investigador realiza actividades de identificación y clasificación de conceptos implícitos en fragmentos de textos, en partes de un libro o en libros completos, artículos indexados

en revistas tanto científicas como de socialización del conocimiento, entre otros. Tales técnicas se centran en el conteo de frases, segmentos de texto acordes a una pregunta de investigación y número de palabras frecuentes dentro de un documento textual específico, un discurso o una estrategia que algún autor haya deseado compartir con los lectores a través de un escrito. En este trabajo dicho análisis se llevó a cabo de manera manual, aunque también es posible hacerlo mediante *software* especializado para tal propósito.

Un algoritmo implícito en un análisis de contenido puede incluir los siguientes pasos: i) codificar la información textual; esta actividad puede incluir una codificación selectiva, abierta o axial de los datos textuales; ii) conformar categorías y subcategorías, lo cual permite dar una mejor estructura a los hallazgos; iii) hacer inferencias de tipo textual; para esto el investigador interpreta cuidadosamente las piezas de información que guarden relación con el objeto de estudio, aquí puede elaborarse un ciclo hermenéutico (Burbano, 2017); iv) ejecutar acciones vinculadas con la investigación documental (ID), y v) dar un tratamiento informático a los documentos de estudio; cuando esto sea posible, por ejemplo, se puede emplear *software* como el Atlas.ti, XLStat, entre otros.

Según Bardín (1986), la acción de codificar es un procedimiento por medio del cual los datos brutos (sin ningún análisis previo) son transformados usando métodos sistemáticos en unidades que hacen posible una descripción detallada y precisa de las principales características que distinguen al contenido o conjunto de segmentos textuales por analizar. Las acciones relacionadas con la categorización

implican la elaboración de un aislamiento de los principales elementos que caracterizan al texto que se esté analizando; además, permiten generar agrupaciones de elementos textuales en “categorías” de conocimiento, las cuales proporcionan mensajes de tipo cualitativo variables que se pueden sistematizar. Estos mensajes son el insumo principal para generar inferencias que, a su vez, se van a relacionar con otras categorías o subcategorías que puedan emerger.

Por otro lado, la investigación documental (ID) corresponde a un conjunto de técnicas para analizar e interpretar distintas fuentes ya sean documentales o textuales que puedan proporcionar diversas informaciones. Entre tales fuentes están los artículos, los libros, los textos universitarios y del nivel escolar, conferencias y videos. De acuerdo con Uribe (2005), las características principales de la ID son las siguientes: i) hace posible la revisión de las publicaciones que circulan por diferentes medios en lo referente a un tópico específico o a diversas temáticas relacionadas con un objeto de estudio, ii) la ID es un proceso con alto nivel de rigurosidad y sistematización, centrado en elaborar un análisis pertinente y crítico sobre la información disponible, y iii) es una actividad de tipo científico que asume procesos deductivos e inductivos tendientes a recopilar, sistematizar e interpretar datos cualitativos y cuantitativos con el propósito de producir constructos nuevos o reorganizar los ya existentes; aquí, se genera una interacción entre elementos de corte epistemológico y metodológico en referencia al objeto de estudio; en este sentido, el marco teórico brinda elementos conceptuales para establecer la metodología por seguir para obtener los resultados esperados en el proceso investigativo.

Además, según Guevara (2015), la ID también hace posible la selección de diversas fuentes de información para implementar procesos de clasificación con el propósito de fundamentar la indagación preliminar del tema central y luego proseguir con el uso de conceptos y teorías que permitan dilucidar aún más el tema de interés. En este mismo sentido, Ávila (2015) agrega que la ID permite estructurar y consolidar documentos nuevos escritos por el investigador, en los cuales se consignan nuevas descripciones, se hacen análisis complementarios, se elaboran comparaciones o se critica un tema determinado por medio del análisis minucioso de diversas fuentes adicionales a la información inicial. Además, según Peña y Pirela (2007), el análisis documental es una tarea compleja, ya que puede incluir aspectos de tipo epistemológico, idiomático y lingüístico, cognitivo, psicológico, formativo y socializador, entre otros.

En el presente trabajo investigativo, tanto la ID y el análisis de contenido como los métodos cuantitativos basados en procedimientos estadísticos para la prueba de hipótesis mediante modelos no paramétricos han sido herramientas indispensables para ofrecer respuestas a las inquietudes que paulatinamente les surgían a los investigadores; además, los motivaban constantemente para desentrañar la estructura implícita que no se exhibía a primera vista en los documentos y escritos consultados, de manera que poco a poco permitieron responder a los principales interrogantes que se plantearon al empezar el trabajo. Asimismo, estos métodos facilitaron la ubicación de algoritmos, vocablos, símbolos o segmentos de información relevante con los contenidos y estrategias de solución a las situaciones

problema planteadas y resueltas por los mismos investigadores (López, 2002); por ejemplo, fue conveniente rastrear vocablos como hipótesis estadística, “nivel de significancia”, los rangos para los datos de una determinada muestra, región de rechazo, prueba no paramétrica, entre otros; igualmente, fue posible establecer códigos para visualizar la manera como los autores estaban abordando los temas de estadística no paramétrica en los libros de texto universitarios.

Por otra parte, en el presente trabajo también se recurrió a la aplicación del método inductivo-deductivo (de lo particular a lo general, de lo empírico hacia la obtención de conclusiones generales), en lo referente a la construcción de varias secuencias didácticas para abordar la prueba de hipótesis en una muestra, dos muestras y tres o más muestras, a partir de situaciones problema particulares; tales resultados se presentan en su orden en los capítulos tres, cuatro y cinco.

El razonamiento inductivo está presente en este trabajo, pues en cada prueba de hipótesis se inicia con la selección de una muestra aleatoria, se prosigue con el planteamiento de la hipótesis nula y alternativa, se selecciona la estadística de prueba pertinente a fin de aceptar o rechazar la hipótesis nula en correspondencia con una determinada región crítica, para finalmente obtener una conclusión generalizable a toda la población, en el sentido expuesto por Krueger (2001), sin descartar el uso de trayectorias deductivo-inductivas (Newman, 2006).

1.3.2 Los asuntos éticos en la elaboración del trabajo investigativo

Por la naturaleza del presente trabajo, el cual ha centrado su atención en indagar la forma como en los textos del nivel universitario se están usando los modelos estadísticos no paramétricos, este se enmarca en el campo de la educación estadística. Aunque, se aclara, sin desligarse de la idea de que la inferencia estadística no paramétrica debería formar parte de los cursos de estadística y probabilidad que se incluyen dentro del plan curricular de las diversas carreras (titulaciones) universitarias, considerando que estas materias contienen elementos conceptuales que aportan a la aplicación del método científico experimental a las ciencias exactas y naturales, y a las ciencias sociales y humanas, que trascienden los claustros universitarios.

En la elaboración del presente documento se asumieron las normas éticas socializadas en las diferentes convocatorias realizadas por la VIE y la Editorial de la UPTC, requeridas para los procesos de publicación de obras de investigación vinculadas con algún proyecto de investigación ejecutado. Se tuvieron presentes las normas sobre derechos de autor, tales como las consagradas en la Ley 23 de 1982 (Burbano et al., 2021); se citaron autores y documentos según las normas de estilo APA (7.^a versión). Por otra parte, las personas que colaboraron en las diversas actividades del proceso investigativo —referidas a la ubicación y manipulación de diferentes fuentes documentales y a la participación en el análisis textual— siempre estuvieron conscientes del bajo riesgo al que podría estar expuesta su salud física, emocional y mental.

1.3.4 Procedimientos de actuación adicionales

Es pertinente indicar que la información recolectada (textual y cuantitativa) provino de fuentes de carácter documental tanto físicas (libros, boletines, revistas, entre otros) como electrónicas (consultas en internet), y los documentos recopilados fueron sometidos a procesos sistemáticos de análisis textual y documental. A los colaboradores de la parte operativa de este trabajo se les informó con anticipación que si se presentaba alguna eventualidad que conllevara fenómenos inesperados que representaran peligro o riesgo para su salud (física y mental), de forma inmediata debían suspender la actividad que se encontraran realizando con las mencionadas fuentes de información y acudir a la entidad prestadora de salud a la cual estuviesen afiliados.

Para alcanzar las metas propuestas del trabajo investigativo que originó la presente obra, se ejecutaron diferentes procedimientos adicionales, entre ellos, i) se socializaron los hallazgos y resultados parciales, ii) se estructuró un primer borrador del libro de investigación con capítulos y secciones donde se explicitaron los resultados del trabajo investigativo en forma de categorías y subcategorías emergentes del análisis de contenido efectuado, y iii) se hicieron las correcciones y puesta a punto de los contenidos que se exponen en esta obra. En cada etapa del proceso se tuvo presente la ejecución de cada actividad consignada en un cronograma que también guardaba relación con las estipuladas en el proyecto con código SGI 2805, denominado “El pensamiento aleatorio y los sistemas de datos”, adscrito a la VIE de la UPTC. Adicionalmente, se utilizó un diagrama de Gantt (ver Tabla 1) para planificar y monitorear las actividades macro organizadas así: la parte **E1** contiene aspectos

relativos al proyecto con SGI 2605, y la parte **E2** explicita actividades relativas a la elaboración del presente libro de investigación.

Tabla 1. Diagrama de Gantt con actividades macro

Tipo de actividad	Periodo de tiempo
E1	2021-2022
Revisión de fuentes primarias, literatura especializada referida a los libros de texto escolar y del nivel universitario.	Abril de 2019 a noviembre de 2020
Lectura comprensiva de diferentes fuentes documentales tanto escritas como provenientes de Internet, para generar ideas fuerza sobre los modelos estadísticos no paramétricos.	Marzo-julio de 2021
Realización de los primeros análisis de contenido y aplicación de la ID para estructuras las primeras categorías y subcategorías.	Agosto-octubre de 2021
E2	
Tópicos de pruebas de hipótesis con métodos no paramétricos.	Noviembre–diciembre de 2021
Diversas pruebas de hipótesis mediante estadística no paramétrica para una, dos y más muestras.	Enero-febrero de 2022
Recopilación de los capítulos ya escritos y estructuración de un primer borrador de la obra.	Marzo–abril de 2022
Versión ajustada y corregida del libro de investigación.	Enero de 2023

Fuente: elaborado por los autores.

