

Capítulo 1

Desarrollo del pensamiento lógico-matemático para la resolución de problemas mediante estrategias lúdico-pedagógicas¹

*Ana Elizabeth Palacio Ramírez²
José Antonio Chacón Benavides³*

Introducción

Las matemáticas están presentes en todos los ámbitos y quehaceres de la cotidianidad de las personas, de allí, la importancia de la enseñanza-aprendizaje de esta ciencia en el marco de la formación integral de los individuos como personas y seres sociales, ámbito en el cual, la formación de conocimiento en este campo durante la etapa de educación básica,

-
- 1 Se deriva del proyecto de investigación para optar por el título de Maestría en Didáctica de la Matemática.
 - 2 Magíster en Didáctica de la Matemática, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Docente de Educación Básica Primaria de la Institución Educativa Aquileo Parra, sede Las Pilas (Pacho-Cundinamarca). Correo: elizapalacio@hotmail.com
 - 3 Investigador Junior (I) SNCTel, convocatoria Minciencias 894/2021. Magíster en Administración y Planificación Educativa, Especialista en Educación Personalizada, Licenciado en Ciencias de la Educación Física y Matemáticas. Integrante grupo de Investigación SIEK. Profesor-investigador de la Licenciatura en Educación Básica Primaria, Facultad de Estudios a Distancia, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-8515-7386>. Correo: jose.chacon@uptc.edu.co

resulta fundamental, pues, constituye la base que ha de sustentar el aprendizaje durante la educación formal y, por extensión, a lo largo de toda la vida.

Por otra parte, estimando la amplitud del concepto matemáticas y la pertinencia de la delimitación de una problemática específica observada en el contexto de la Institución Educativa (IE) Aquileo Parra del municipio de Pacho, Cundinamarca, en su sede Las Pilas, ubicada en el sector rural, además, enmarcada en el modelo de escuela multigrado, se han tomado en consideración las dificultades que evidencian los estudiantes de los grados tercero, cuarto y quinto de básica primaria en la resolución de problemas matemáticos, como lo evidencia el desempeño de estos reflejado en su rendimiento académico.

La resolución de problemas representa un espacio importante y muy significativo en el aprendizaje de las matemáticas, comporta la característica de instrumento que le posibilita al estudiante desarrollar habilidades intelectuales, y de pensamiento y razonamiento lógico, para que aprenda a enfrentarse e interactuar en situaciones complejas de manera que emplee su saber cómo parte de la construcción y reconocimiento del mundo que le rodea. En esta perspectiva, un aspecto fundamental lo constituye el pensamiento lógico matemático desde su relacionamiento con las habilidades de entender, comprender, establecer y relacionar conceptos abstractos como base de una profunda comprensión del problema que se estudia, esto, como sustento para solucionar problemas en diversos entornos, formular hipótesis y predicciones.

Dicho esto, se observa entonces, la significación de este tipo de pensamiento, tanto para la resolución de problemas matemáticos en particular, como para el desarrollo de competencias matemáticas en general, siendo posible añadir su relevancia en todos los ámbitos del quehacer personal y social de los individuos, entendiendo que estos espacios comportan la condición de ser escenarios de presencia constante de situaciones y problemáticas, básicas o complejas, que demandan de las personas atención y solución. Esto implica que el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas se fundamenta en actividades que permitan fortalecer el pensamiento

lógico, como cimiento orientado a la superación de dificultades a la hora de enfrentarse a la solución de situaciones complejas.

En este marco, la observación de los desempeños y las calificaciones sobre rendimiento académico en resolución de problemas matemáticos de los estudiantes de los grados 3, 4 y 5 de la sede Las Pilas de la IE Aquileo Parra del municipio de Pacho, Cundinamarca; admiten percibir un nivel medio de competencias en este campo, pues, no obstante muestran buen manejo de términos y operaciones matemáticas, no cuentan con las habilidades de razonamiento lógico para implementar operaciones matemáticas básicas para la validación de una situación problema dada.

Surge así, la necesidad de programar planes de mejoramiento a partir de estrategias lúdico-pedagógicas que potencien el desarrollo del pensamiento lógico matemático en los alumnos sujetos del estudio, para que logren comprender, analizar y solucionar problemas utilizando las operaciones matemáticas de forma organizada y secuencial, llevándolos a la construcción de un conocimiento significativo, mediante un relacionamiento de teoría y práctica como oportunidad para el desarrollo de competencias apropiadas para enfrentarse a situaciones nuevas y de mayor complejidad.

¿Por qué estrategias lúdico-pedagógicas? La respuesta a este cuestionamiento está inmersa en el contexto de la observación en el ámbito de las prácticas pedagógicas que, en el asunto actual, han permitido reconocer en los alumnos aspectos como apatía por el estudio de Matemáticas en una panorámica donde es evidente la influencia en ello de los modelos de enseñanza tradicionales de tipo expositivo, dirigidos fundamentalmente a la aprehensión memorística de información y procedimientos mecanizados, condición factible de transformar acudiendo a este tipo de estrategias en procura de promover en los aprendientes motivación hacia sus labores académicas.

Adicionalmente, es válido apreciar las características socioeconómicas y culturales de los contextos familiares, sociales y educativos de los alumnos que, en un sentido amplio influyen de diversas maneras en los procesos formativos y las perspectivas que el estudiante desarrolla frente

a ellos en general y ante las diferentes asignaturas en particular, por lo cual, de acuerdo con Fernández (2013) el docente ha de estar atento a conocer características y causas de las dificultades para el aprendizaje en los estudiantes para enfrentarlas adecuadamente. Así mismo, plantea esta autora, como, frente a las matemáticas, estos suelen desarrollar creencias y actitudes en las que intervienen las condiciones de sus ambientes familiares y sociales.

A este respecto, el entorno de las familias y el centro educativo es de tipología rural, la escuela es de carácter oficial multigrado, a cargo de una docente para toda la primaria, la población matriculada en los grados 3, 4 y 5 conformada por seis alumnos, 2 niñas y 4 niños. Las familias se dedican a labores agropecuarias como obreros en fincas de la región, sus ingresos solo les permiten cubrir algunas de sus necesidades básicas, factor que impacta generando altos niveles de fluctuación de la comunidad que constantemente busca nuevos rumbos y nuevas oportunidades laborales, circunstancia que impacta en la cobertura de la IE y en la deserción escolar. En este marco resulta relevante el planteamiento de Robledo y García (2014), cuando refieren el contexto familiar como “altamente impactante en el desarrollo y la adaptación educativa y personal del alumno” (p. 124).

Desde consideraciones empíricas a partir de las prácticas pedagógicas, el impacto del que hacen mención Robledo y García (2014), se percibe en la poca oportunidad de los padres, por razones laborales y de formación, de apoyar a su hijos en los procesos educativos en el hogar, así como en el suministro de recursos educativos, condiciones que les hacen más complejo el aprendizaje, en este caso de matemáticas, y contribuye a la construcción en ellos de creencias como las de que esta área es muy difícil de aprender y actitudes de apatía e indiferencia por ella, con el cargo adicional que representa un ambiente de enseñanza tradicional poco motivador. Necesaria e ineludiblemente, una atmósfera formativa con estas características requiere innovación.

Marco de referencia

Con una perspectiva de la lógica matemática orientada hacia la educación primaria, Prieto (2018), propone el pensamiento lógico matemático como

un relacionamiento de métodos y procedimientos, organizados, activos y estructurados de manera secuencial mediante interacción en el cerebro de las inteligencias funcionales en la tarea de comprender y facilitar la solución de un problema, ámbito en el que el autor reconoce la incidencia de la teoría de las inteligencias múltiples (Gardner, 2001), además de las teorías sobre la inteligencia emocional y la psicología de la inteligencia de Piaget todo lo cual, le permite a Prieto (2018) argumentar que promover la solución de situaciones que requerían del desarrollo del pensamiento lógico, permite a los estudiantes activar sus áreas cognitivas y comprender más fácilmente los conceptos básicos y avanzar con el aprendizajes de contenidos más profundos.

Desde otro ángulo, en el marco de un estudio sobre desarrollo del pensamiento lógico y su relación con el rendimiento académico, Suarez, Carlín y Sánchez y Ruano (2017), reconocen la necesidad de promover motivación en los alumnos hacia su participación activa en la enseñanza aprendizaje, en función de aprovechar las experiencias y recursos que aporta la implicación en ello del pensamiento lógico, condición que demanda disponer de espacios que les permitan interactuar con elementos del entorno cotidiano y puedan fortalecer el razonamiento lógico a través de diferentes actividades desarrolladas de manera activa, participante y colaborativa.

Un aporte significativo a la comprensión del pensamiento lógico matemático que resulta útil al docente proviene de Pachón (2016), autor que concluye en un estudio de su autoría, que este tipo de pensamiento se desarrolla a través de preguntas que motiven al alumno a interrogar y cuestionar desde lo que sabe, es decir, preguntas con un enfoque pedagógico más allá de la intencionalidad de solamente buscar identificar el nivel de conocimiento del estudiante en un campo específico. En complemento a esta configuración, surge apropiada una recomendación sobre la relevancia de la reflexión constante del docente acerca de sus prácticas educativas implementadas en el aula de clase (Murcia y Henao, 2015), para fortalecer las competencias matemáticas en los estudiantes y optimizar la calidad educativa. En otras palabras, plantea la autora al

docente, la inherencia de una autoevaluación de su praxis profesional orientada al establecimiento de planes de mejoramiento continuo.

Ahora, en el recuadro de la relación pensamiento lógico matemático y resolución de problemas, se ha encontrado que proponer un método para resolver un problema aporta al desarrollo de este tipo de pensamiento (Zenteno, 2017) a partir de conducir al estudiante por un sendero de organización de un proceso en búsqueda de una meta que, complementariamente le aporta al mejoramiento de su rendimiento académico. En sentido similar, Leal y Bong (2015), implantaron, en el campo de la enseñanza-aprendizaje de matemáticas, dos aspectos sustanciales para el fomento del pensamiento lógico matemático en los estudiantes: i) el aprendizaje basado en proyectos y, ii) la resolución de problemas. Se infiere en esta propuesta, la pertinencia en ambos casos de la implementación de métodos o procesos que implican un avance secuencial que fomenta una estructuración basada en una línea de razonamiento lógico. Perspectiva que aconsejó implicar en el estudio la apreciación del método Polya con su reconocida estructura: i) comprender el problema, ii) elaborar un plan, iii) desarrollar el plan y, iv) examinar la solución.

El estudio tiene como punto de partida en el espacio de la construcción del marco teórico: la didáctica, entendida como una ciencia dentro de las Ciencias de la Educación, en un entorno donde didáctica de las matemáticas comporta el sentido de disciplina dedicada a identificar y a explicar fenómenos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de esta ciencia. Es decir, las actividades que tienen por objeto la transferencia del conocimiento a los estudiantes (Brousseau, 2000). Así mismo, este autor indica cómo, junto al concepto enseñanza, la didáctica implica el arte de originar y acondicionar los recursos necesarios para el desarrollo de las actividades pertinentes y el posterior análisis de lo realizado y lo surgido en ellas, considerando su sentido de proyecto social, hecho socio-histórico o como fenómeno. De este autor se resaltan sus concepciones sobre la didáctica de las matemáticas y las teorías y enfoques desarrollados en torno al estudio de las diversas transformaciones de la enseñanza de estas.

De modo similar, Arteaga, y Macías (2016) conceptualizan la didáctica de las matemáticas como el relacionamiento de metodologías, teorías de aprendizaje, estudio de dificultades, recursos y materiales para el aprendizaje, como aspectos que conforman el contexto de la enseñanza-aprendizaje de esta asignatura, brindando a los docentes los elementos necesarios para la formalización de cimientos consistentes, orientadores y guías en el ejercicio de su quehacer pedagógico en beneficio del aprendizaje de sus alumnos. En consecuencia, la enseñanza-aprendizaje de esta ciencia implica complejos procesos cognoscitivos, para que el estudiante pueda construir el conocimiento de manera significativa (Ausubel, 1976).

En esto influye la forma como el docente de manera hábil y pertinente utiliza los diferentes principios, medios y recursos en su trabajo de transferencia del conocimiento y que responda a las finalidades de enseñanza aprendizaje. El sistema didáctico según Chevallard y Joshua (1982, citado en Saiz y Acuña, s.f.) integra tres subtemas: profesor, alumno y saber enseñado. Adicionalmente, estos autores, integran en este triángulo el medio como cuarto elemento, todo ello considerado como un aporte de la teoría de las situaciones didácticas al estudio del proceso de enseñanza aprendizaje de matemáticas en los ámbitos escolares. Igualmente, Chevallard (1989), sigue una postura con enfoque antropológico, donde, según la misma, la didáctica implicaría el estudio del hombre en el marco de las sociedades humanas, estudiando y enseñando matemáticas.

Contribuyen a la estructura de este marco, algunos postulados teóricos acerca del pensamiento lógico matemático, asumido de acuerdo con Jaramillo y Puga (2016) con el sentido de competencia del ser humano para comprender la realidad y las similitudes y diferencias, acciones, objetos y hechos visibles mediante su análisis, comparación, abstracción e imaginación.

Igualmente, este tipo de pensamiento comporta la forma como una persona, desde temprana edad o en sus primeros años de escolaridad, aprende a pensar por sí misma aprovechando lo que considera pertinentemente en su proceso académico, lo que le facilita el alcance de capacidades para

hacer reflexiones significativas (Jaramillo y Puga, 2016). Lo anterior, en un marco, como sugieren estos autores, de relacionamientos dados en el cerebro debido a la necesidad de generar razonamientos lógicos, con objeto de producir conocimiento y plantearse reflexiones útiles para la acción social del individuo.

Por tanto, el pensamiento lógico es lo que le permite y garantiza al ser humano determinar la coherencia de las situaciones de forma correcta, ajustada a la realidad y juzgada por criterios de validez del mismo pensamiento, esto implica usar determinadas reglas establecidas o demostradas. Para Piaget (1982, citado por Carmenates y Tarrío, 2019) afirma que “la lógica del pensamiento la constituye el sistema de relaciones que permiten al sujeto la coordinación de sus propios puntos de vista entre sí y con los puntos de vista de los demás” (p. 336). El autor, como igualmente refieren Carmenates y Tarrío (2019) “estudió con profundidad la génesis de este sistema de relaciones en el que dio gran importancia a la reversibilidad” (p. 366).

En cuanto a la reversibilidad, esta es planteada por García y Rodríguez (2012) como una “capacidad para devolverse en el pensamiento y concebir las cosas en su totalidad” (p. 209). Mediante las mismas, continuando con estos autores, el individuo comprende las nuevas relaciones que surgen y otorga sentido real a la acción. Por lo tanto, el pensamiento lógico no se desarrolla solamente a través de actividades de contenido lógico específico, también lo hace cuando se propone una acción o acciones que generan una idea (Fernández, 2001).

Pensamiento lógico matemático

El pensamiento lógico matemático se entiende como el conjunto de procesos mentales a través de los cuales se establecen relaciones entre objetos, situaciones y conceptos que permiten estructurar la realidad. Considerado como la habilidad que ha desarrollado el ser humano para trabajar y pensar en términos de números para interpretar y resolver operaciones básicas, analizar información, hacer uso del pensamiento reflexivo y lógico para resolver situaciones de la vida cotidiana.

Piaget (1991), en la teoría de los tipos de pensamiento, plantea como el conocimiento lógico-matemático es establecido por el niño al relacionar sus experiencias basadas en la manipulación de objetos, emergiendo en este entorno una abstracción reflexiva, puesto que tal conocimiento no es observable, generando desde lo simple a lo complejo, además, considerando como, una vez asimilado el conocimiento, este no se olvida pues la experiencia proviene de la acción sobre los objetos y no de estos.

Para Fernández (2009, citado por Gómez, 2012), el pensamiento lógico matemático es favorecido por cuatro capacidades: la observación, la imaginación, la intuición y el razonamiento lógico. La primera se encamina de manera libre y con respeto de las acciones del niño mediante juegos orientados al reconocimiento de propiedades y sus relaciones. Cuando quien realiza la actividad lo hace con agrado y tranquilidad, esta capacidad aumenta, por el contrario, se reduce si este actúa bajo tensión.

La segunda de estas capacidades corresponde a la acción creativa, cuando el sujeto dispone en su acción de diversas alternativas, la imaginación se fortalece y apoya el aprendizaje de matemáticas en función de la diversidad de circunstancias orientadas a una misma interpretación. Ahora, siguiendo con Fernández (2009, citado en Gómez, 2012) sobre la intuición, cabe señalar que las acciones propuestas para su desarrollo no han de generar técnicas adivinatorias, pues, “decir por decir no desarrolla pensamiento alguno” (p. 3), ya que la arbitrariedad no se relaciona con acción lógica, no obstante, no se busca considerar como verdad todo lo que plantea el niño, por el contrario, se pretende que “se le ocurra todo aquello que se acepta como verdad” (p. 4). El razonamiento lógico corresponde a la cuarta de las capacidades propuesta por Fernández (2009), entendido como “la forma del pensamiento mediante la cual, partiendo de uno o varios juicios verdaderos, llamados premisas, se llega a una conclusión conforme a ciertas reglas de inferencia” (p. 4).

Para lograr el desarrollo del pensamiento lógico matemático en el niño, es necesario implementar actividades en el aula donde el estudiante interactúe y manipule material concreto para optimizar la construcción de conceptos, asimilación de procesos, constatación de ideas y argumentos con los

demás, condiciones que, a través de la curiosidad y el descubrimiento, mejoran la habilidad de razonar, pensar, tomar decisiones y resolver problemas. Según Piaget (1991), todo el conocimiento y en especial el entendimiento lógico matemático, que constituyó su principal centro de atención, se deriva en primera instancia de las acciones propias sobre el mundo (Gardner, 2001).

Resolución de problemas matemáticos

La resolución de problemas es considerada una de las actividades más importantes que se plantea dentro del proceso educativo en el área de matemáticas, uno de sus principales propósitos es desarrollar el pensamiento y habilidad matemática para plantear y resolver problemas. En la educación primaria la resolución de problemas adquiere la característica de eje fundamental del aprendizaje matemático, circunstancia que sustenta la inherencia de un proceso de enseñanza aprendizaje sólido y pertinente durante toda esta etapa escolar (Callejo y Montero, 2019) estimando su significación como base estructural del proceso formativo en esta ciencia a lo largo de todo el contexto educativo del individuo.

Adicionalmente, es oportuno estimar el valor de las capacidades de resolución de problemas tanto como elemento básico en el aprendizaje, como también en el proceso de producción del conocimiento y en la cotidianidad social. Para Furth (1971, citado en García Fallas, 1994) resolver un problema implica el ejercicio de una actividad basada en conocimiento relacionada con otras actividades que integran motivación, percepción, operaciones sensorio- motoras y operaciones concretas. Es decir, se trata de un evento complejo que requiere del sujeto competencias factibles de desarrollar desde sus primeros momentos de escolaridad, donde, además, el pensamiento lógico-matemático ocupa lugar preponderante.

Ahora bien, la puesta en práctica de la resolución de un problema demanda la presencia en el estudiante de interés por el resultado, la comprensión del objetivo y el seguimiento de los antecedentes del planteamiento

como secuencia o línea lógica a partir de lo cual, la solución surge en forma activa y sistemática (Deloache y Brown, 1990). Se infiere en este contexto la factibilidad de un método como el de Polya con la función de herramienta facilitadora del proceso de resolución de un problema, subyaciendo en ello el valor del pensamiento lógico-matemático. Para Polya (1989), un verdadero problema consiste en una situación inicial bien conocida a partir de la cual, es necesario llegar a otra situación algunas veces conocida o someramente conocida y no se conoce el camino. Un verdadero problema debe suscitar interés entre las personas que quieran resolverlo, las cuales a su vez deben tener algún conocimiento sobre el tema que los ocupa.

De modo similar, Schoenfeld (1985) fundamenta en su propuesta que denomina la adopción de un “microcosmos matemático” en el salón de clases, propone que resolver problemas matemáticos, propicia las condiciones para producir las matemáticas, por tanto, estimar los problemas como entornos de aprendizaje es de suma importancia en el proceso educativo, ya que promueven el desarrollo de la flexibilidad, cambio de punto de vista, fluidez de ideas y la originalidad, fortaleciendo el dominio de habilidades y la apropiación del conocimiento.

El enfoque de George Polya en la resolución de problemas

La posición de Polya (1989) respecto a la resolución de problemas se basa en una perspectiva global y no restringida a un punto de vista matemático. Es decir, se percibe en esto una perspectiva relevante, pues, el autor plantea la resolución de problemas como una serie de procedimientos que, en realidad, se utilizan y aplican en cualquier campo de la vida diaria.

En su libro *How to solve it*, Polya (1989) desarrolló una serie de estrategias importantes en la resolución de problemas, contribuyendo así a la construcción de una nueva metodología en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. En esencia, el autor propone cuatro pasos básicos para resolver un problema, a saber: comprender el problema,

concebir un plan, ejecutarlo y examinar la solución. En cada uno de estos pasos, el docente debe guiar a sus estudiantes con una serie de preguntas.

Comprender el problema

Etapa que consiste en saber qué es lo que se pregunta, cuál es la información que se da y las condiciones que caracterizan el problema. Como apoyo a la comprensión de un problema, Polya (1989) considera válido responder las siguientes preguntas: ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿es suficiente? ¿redundante? ¿contradictoria?

Concebir un plan

Concebir un plan para solucionar un problema demanda la intervención de la experiencia (conocimientos previos) sobre la forma en que se han solucionado problemas anteriores, esto con la finalidad de comparar una situación nueva con hechos conocidos. Otra alternativa sería ayudar a solucionar problemas más simples, o aplicar las condiciones dadas una tras otra hasta completar las solicitadas en el problema. Las preguntas orientadoras serían:

- ¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿O ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?
 - ¿Conoce un problema relacionado con este? ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil? ¿Podría imaginarse un problema análogo un tanto más accesible?
- ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular? ¿Puede resolver una parte del problema?

Cabe destacar como señala este autor, que una idea brillante generalmente consolida un plan, pero estas no siempre surgen espontáneamente, por lo tanto, es inherente sacar el máximo provecho a los intentos fallidos por resolver el problema, estos dejan experiencias y conocimiento, además de

no olvidar que un plan en realidad consiste en determinar una relación entre los datos y la incógnita.

Ejecución del plan

Se sustenta en desarrollar la idea brillante del plan del problema. Propone Polya (1989) que la ejecución del plan solo debe empezar cuando se tenga certeza de estar en el punto de partida pertinente y de poder suplir todos los detalles menores que puedan presentarse, no obstante, su pequeñez, ha de tomarse en cuenta, condición que contribuye a liberar la solución de cualquier duda o desconfianza.

Al ejecutar el plan en busca de la solución, se ha comprobar:

¿Puede verse claramente que el paso es correcto? ¿Puede demostrarse?

Examinar la solución (visión retrospectiva)

La comprobación de la solución de un problema es necesaria y pertinente, existiendo algunas formas diversas de lograrlo, marco en el cual es significativo mirar la incógnita obtenida desde varios puntos de vista, igualmente, considerar los casos extremos del resultado y observar que concuerda con problemas o resultados anteriores. Esta etapa es trascendente en la cotidianidad, pues, plantea la contrastación del resultado obtenido con la realidad que se buscaba resolver. Algunas preguntas orientadoras pueden ser:

¿Parece lógicamente posible? ¿Se puede comprobar la solución? ¿Hay algún otro modo de resolver el problema? ¿Se puede hallar alguna otra solución? Por último, ha de acompañar a la solución una explicación que indique claramente lo que se ha hallado.

Lúdica

La lúdica se manifiesta en todas las expresiones del ser humano, implica la producción de emociones que se orientan hacia el goce y el disfrute del desarrollo del individuo (Moreno, 2002). Adicionalmente, se configura

como una parte constitutiva del desarrollo integral, es decir, un factor decisivo para fortalecer el desarrollo del ser, ya que, a más posibilidades de expresión y satisfacción lúdica, se dan mejores resultados de superación personal, bienestar e interacción social.

Esta configuración posibilita afirmar que la lúdica es un aspecto importante que permite a los seres humanos explorar, experimentar, expresar y aprender diversos conocimientos, a la vez, deja que los individuos integren experiencias de aprendizaje a su ser para lograr el desarrollo integral. Por tanto, la lúdica hace parte directa de los seres humanos, siendo un factor relevante para la formación frente al entorno y la relación que pueda tener con la comunidad. Un estudio de Choez (2017) manifiesta en sus conclusiones que la implementación de estrategias de aprendizaje mediadas por actividades lúdicas permitió evidenciar cambios en el desarrollo personal y social en estudiantes de educación básica, lo cual les aportó al descubrimiento de sus particularidad favoreciendo su identidad personal, aspectos que coinciden con las intencionalidades de este trabajo fundamentadas a fortalecer las competencias de resolución de problemas a partir de un ambiente de aprendizaje innovador mediado por acciones lúdicas.

Metodología

Enfoque de la investigación

Para el desarrollo del presente trabajo se tomó como base la investigación mixta de acuerdo con Hernández, Fernández y Baptista (2014), quienes señalan cómo en este enfoque subyace un proceso de recolección, análisis y vinculación de datos cuantitativos y cualitativos en una misma investigación, con la finalidad de responder al planteamiento del problema. El enfoque cualitativo de acuerdo con estos autores es conocido como investigación naturalista, fenomenológica o interpretativa, donde se incluye variedad de concepciones, visiones, técnicas y estudios no cuantitativos, puesto que se soporta en la descripción detallada de fenómenos en referencia al estudio de los significados inmediatos y particulares de las acciones sociales de los estudiantes. Entre tanto, el

enfoque cuantitativo acude a la recolección de datos para probar hipótesis con base en la medición numérica y el análisis estadístico, pretendiendo establecer pautas de comportamiento y la verificación de teorías.

Tipo de investigación: Investigación Acción-Participación

Este tipo de investigación desde la perspectiva educativa, es conceptualizado por Suárez y Pazos (2002, citado por Colmenares, 2011) como un proceso de estudio y exploración de una situación social, en el asunto actual, educativa, con la intencionalidad de su mejoramiento, en un contexto que implica al investigador e investigados conjuntamente en el análisis del fenómeno estudiado, con el interés de resolver problemas cotidianos, mejorar prácticas concretas y lograr la transformación de situaciones en los contextos escolares. Estos autores, proponen como etapas de la Investigación Acción Participativa: i) el diagnóstico de una preocupación temática o problema, ii) la construcción del plan de acción, iii) la puesta en práctica del referido plan y su respectiva observación, iv) la reflexión e interpretación de resultados y, v) la nueva planificación, si fuera necesario

Población y muestra

La población objeto de estudio está conformada por los estudiantes de la sede Las Pilas. Esta comunidad educativa actualmente cuenta con 20 estudiantes, 13 niños y 7 niñas, sus edades oscilan entre los 5 a 11 años, desempeñando las labores educativas una sola docente.

Muestra

Para el desarrollo de la investigación se tuvo en cuenta que, siendo la sede Las Pilas una institución multigrado y el grupo de estudiantes muy heterogéneo en cuanto a los niveles educativos, se hizo necesario trabajar siguiendo el tipo de muestra por muestreo estratificado consistente en dividir la población en subconjuntos cuyos elementos poseen características comunes, es decir, estratos homogéneos en su interior (Arias, 2012). Este tipo de muestreo permitió elegir los estudiantes en

los cuales se adelantó el estudio. Los grados tercero, cuarto y quinto de la sede Las Pilas cuentan con solo 6 estudiantes, 2 niñas y 4 niños, quienes conformaron la muestra del estudio. Ellos no presentan ninguna discapacidad física ni cognitiva, evidencian un crecimiento y desarrollo dentro de los rangos normales apreciándose sanos y saludables, muy activos y amables

Fases de investigación

El proceso de la investigación se desarrolló a través de cuatro fases descritas en el siguiente diagrama:

Figura 1. *Fases del estudio*



Fuente: Elaboración propia.

Instrumentos de recolección de información

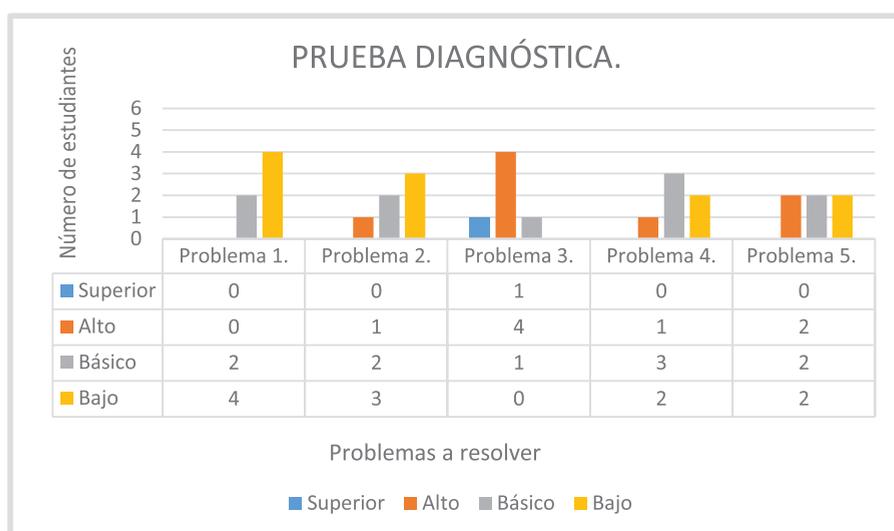
Se utilizó la observación, diario de campo, entrevistas, encuestas, pruebas diagnósticas, cinco talleres pedagógicos, rúbricas y artefactos como cámaras de video y fotografía.

Análisis e interpretación de resultados

Fase diagnóstica

Se aplicó una prueba diagnóstica estructurada en cinco problemas que presentó los siguientes resultados:

Figura 2. Resultados de la prueba diagnóstica



Fuente: Elaboración propia.

Al realizar el análisis cuantitativo del proceso de desarrollo de la prueba diagnóstica, de los 6 estudiantes que conforman los grados tercero, cuarto y quinto de la sede y a quienes se les aplicó la prueba con el objetivo de reconocer las habilidades matemáticas que tienen para la resolución de situaciones problema. Esta prueba fue evaluada de acuerdo con la escala de valoración adoptada por la institución, tal como lo muestra la Tabla 1, en relación con la escala de evaluación nacional, mediante escala numérica y en razón al sentido de ubicación que proporciona el dato cuantitativo para relacionar la parte con el todo.

Tabla 1. *Escala de valoración institucional*

Escala nacional	Escala institucional	Significado
Desempeño superior	≥ 9.0 Y ≤ 10.0	Los logros e indicadores se alcanzan entre el 90 % y 100 %.
Desempeño alto	≥ 8.0 y < 9.0	Los logros e indicadores se alcanzan en el 80 % a 89%.
Desempeño básico	≥ 6.0 y < 8.0	Los logros e indicadores se alcanzan en el 60 % a 79 %.
Desempeño bajo	≥ 1.0 y < 6.0	Los logros e indicadores son inferior al 59 %

Fuente: Elaboración propia.

Dentro del análisis de los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica, y de la observación descriptiva del diario de campo, se determinó que los estudiantes no comprenden la situación problema dada, para su solución realizan procedimientos y operaciones matemáticas al azar, sin hacer un análisis de lo que constituye el problema. De esta manera, estos resultados permitieron reconocer la pertinencia de establecer estrategias didácticas pedagógicas para fortalecer sus competencias en este campo.

Fase de trabajo de campo

En esta fase se diseñaron 5 talleres estructurados como propuesta lúdico pedagógica que permitirá potenciar el desarrollo de las habilidades y competencias matemáticas y la aplicabilidad en la resolución de situaciones problemas del entorno cotidiano, promoviendo el desarrollo del pensamiento lógico matemático a partir de la manipulación de material didáctico, creando ambientes y espacios innovadores en el aula, simulando siempre un contexto real de la situación que proponía el problema matemático para trabajar.

Los talleres se plantearon en un formato estructurado de plan de trabajo de clase, teniendo en cuenta sus momentos, como un primer momento

se realizó el espacio motivacional dando a conocer el ambiente simulador de la realidad creado a través de material lúdico, en su mayoría reciclado y con el material didáctico necesario para trabajar el problema. En este espacio se exploraban los saberes previos acerca de los conceptos característicos de la situación cotidiana por trabajar. En un segundo momento se da a conocer la situación problema por resolver. En un tercer momento se desarrolló el aprendizaje a través de la resolución de problemas matemáticos, para ello, se trabajó los pasos de Polya (entender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan y examinar la solución) y en último momento se realizó la retroalimentación y evaluación de la clase.

La recolección de la información se realizó a través de rúbricas de evaluación continuas a través del trabajo en la clase, se realizaron entrevistas a los estudiantes con preguntas abiertas para evaluar los avances y dificultades en el proceso de desarrollo de las competencias propuestas y el alcance de los objetivos de la investigación.

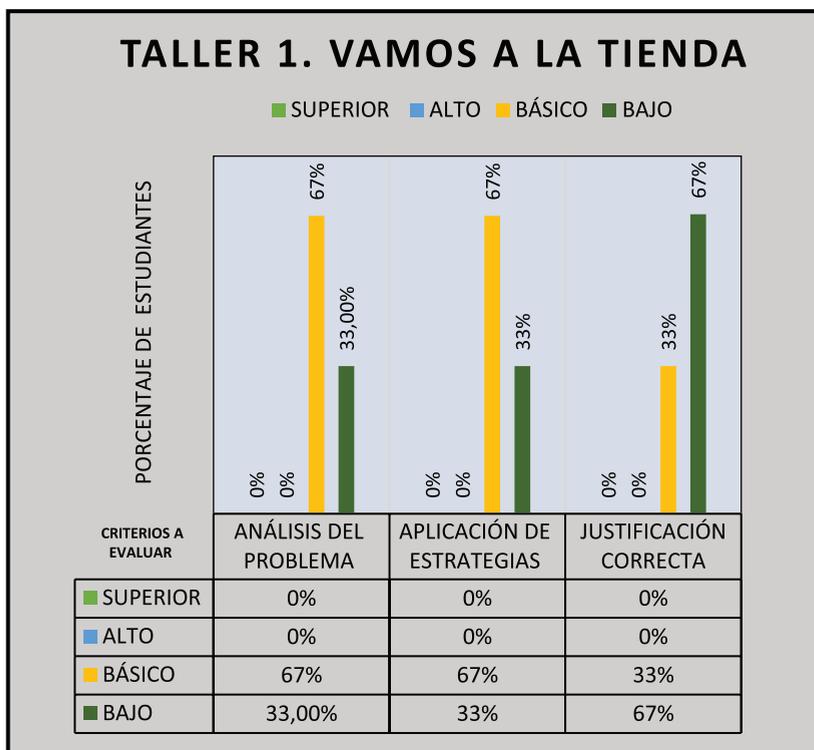
Para la evaluación de los procesos de aprendizajes, se seleccionan tres competencias a desarrollar, trazadas en la rúbrica de evaluación,

1. Análisis adecuado de la situación problema.
2. Propuesta y aplicación adecuada de conceptos y procesos requeridos.
3. Justificación correcta de los resultados obtenidos.

Los conceptos para la valoración de cada competencia son bajo, básico, alto y superior teniendo en cuenta la escala de valoración de 1 a 10, el total de estudiantes se da en porcentajes para mayor comprensión de la gráfica.

Análisis de los resultados de la aplicación de los talleres

Figura 3. Análisis de resultados del taller 1

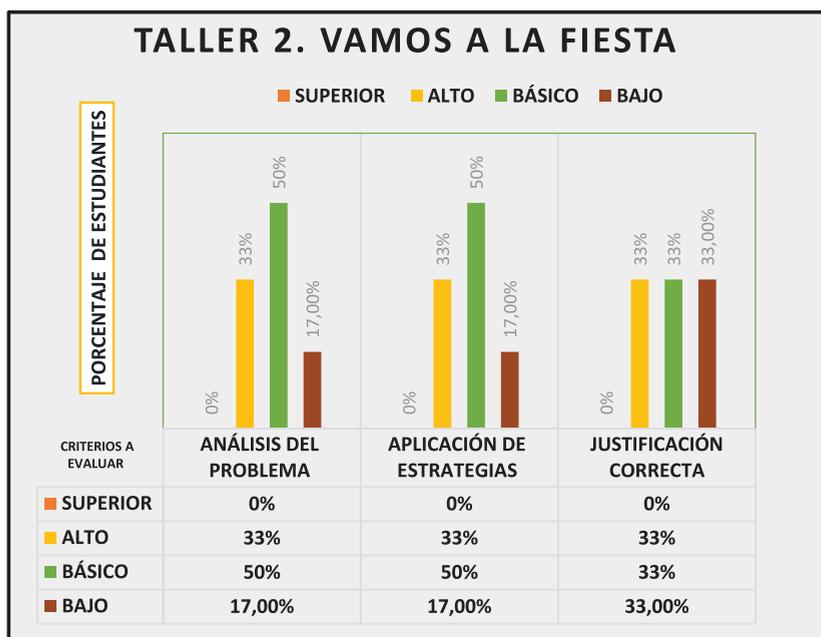


Fuente: Elaboración propia.

Esta gráfica nos muestra los resultados obtenidos en el desarrollo de la situación problema titulada “vamos a la tienda”. Teniendo como base la rúbrica de evaluación, la gráfica nos evidencia que; en el proceso de *análisis de la situación* del problema, 2 estudiantes que equivalen a un 33,3 % presentaron un nivel bajo en el desempeño de las competencias, 4 estudiantes equivalentes a 67 % obtuvo un nivel básico, ningún estudiante alcanzó niveles altos y superiores de competencias de desempeños. En el proceso de *aplicación de estrategias*, el 33 % presenta un nivel bajo, el 67 % obtuvo un nivel básico, el 0% en el nivel alto y de igual manera en los niveles superior. En el proceso de *justificación correcta*, el 67 %

de los estudiantes presentan un nivel bajo y solo el 33 % está en el nivel básico, se evidencia que ningún estudiante demuestra competencias altas ni superiores al realizar los diferentes procesos aplicados en la solución de problemas.

Figura 4. Análisis de resultados del taller 2

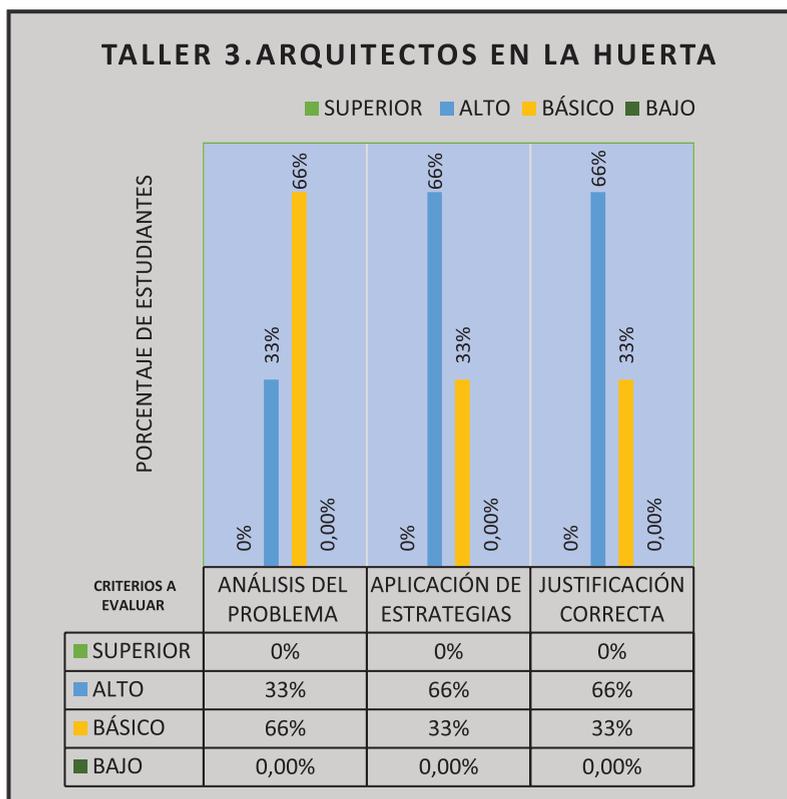


Fuente: Elaboración propia.

En el segundo taller aplicado, se obtienen en el *proceso de análisis* de la información dada en la situación problema se registró que, el 33 % de los estudiantes obtuvo un desempeño alto, el 50 % obtuvieron desempeños básicos y, el 17 % obtuvieron desempeños bajos. En el proceso de *aplicación de estrategias* para solucionar la situación problema un 33 % las realizaron con un desempeño alto, el 50 % con desempeños básicos y, el 17 % con desempeño bajo. En el proceso de *justificación* y dar explicación correcta de las estrategias aplicadas, el 33 % obtuvo un desempeño bajo, el 33 % con desempeños básicos y el 33 % con desempeños altos. Al observar y

comparar los resultados de los gráficos del taller 1 con los resultados del gráfico del taller 2, se evidencia que los estudiantes avanzaron un poco en cada uno de los procesos aplicados en la solución de una situación problema.

Figura 5. Análisis de resultados del taller 3

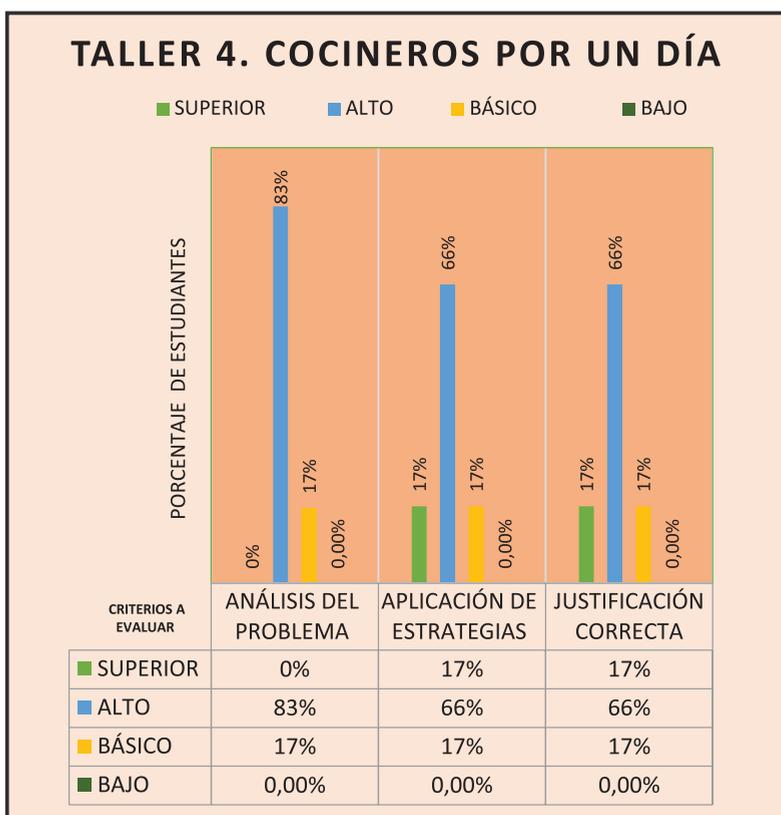


Fuente: Elaboración propia.

El desarrollo del tercer problema fue muy motivante, se observó esfuerzo e interés para demostrar sus competencias matemáticas, sus desempeños se resumen en: Dentro del proceso de *análisis y comprensión* de la situación problema se registró que el 33 % se desempeñaron en un nivel alto, y el 66 % obtuvieron un nivel básico. En el proceso de *aplicación de las estrategias*, el 66 % demostraron un nivel alto y el 33 % obtuvieron un nivel bajo de desempeño. Al evaluar el proceso de *justificación y argumentación*

de los resultados plasmados en la maqueta, 66 % se desempeñaron en un nivel alto y el 33 % en un nivel básico. Lo anterior evidencia un gran avance en los desempeños de los estudiantes en la solución de una situación problema, la elaboración de la maqueta les permitió demostrar sus conocimientos y competencias matemáticas adquiridas, las cuales se reflejan en los razonamientos, sustentaciones y el trabajo final.

Figura 6. Análisis de resultados del taller 4



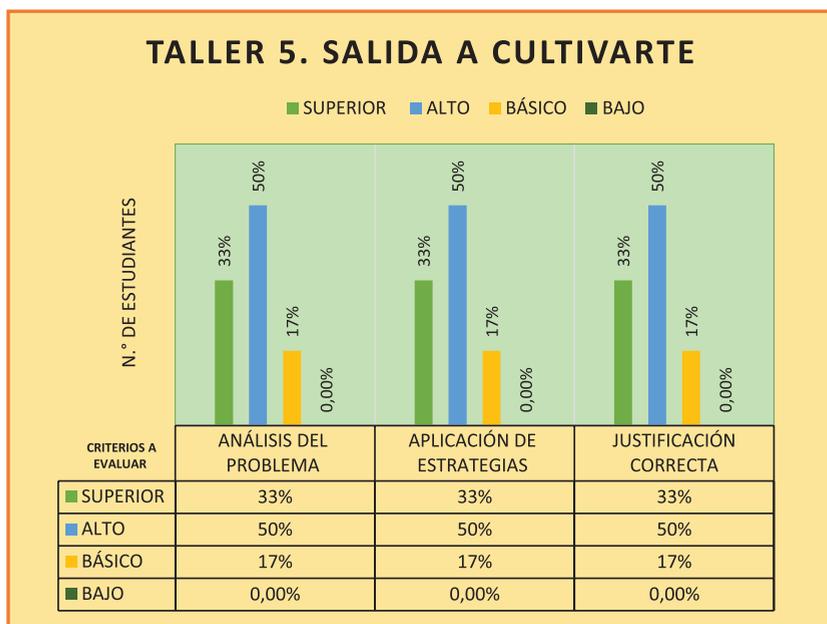
Fuente: Elaboración propia.

Al realizar la aplicación del taller 4 se observaron desempeños más avanzados en cada estudiante, la gráfica muestra en el *proceso de análisis*, 83 % obtuvo un nivel alto, el 17 % en un nivel básico. En el proceso de *aplicación de estrategias*, el 17 % se desempeñó muy bien obteniendo

un nivel superior, el 66 % se desempeñó en un nivel alto y el 17 % en un nivel básico. Dentro del proceso de sustentación y justificación de los resultados, el 17 % obtuvo un desempeño alto, el 66 % un desempeño alto y el 17 % un desempeño básico.

En el proceso de desarrollo del taller se evidenció un buen desempeño de las habilidades matemáticas, los avances en la aplicación de los pasos de Polya para resolución de problemas, han desarrollado en cada estudiante nuevas competencias matemáticas ya que se sienten más seguros al proponer alternativas de solución y aplicar procedimientos para hallar resultados.

Figura 7. Análisis de resultados del taller 5



Fuente: Elaboración propia.

En la aplicación del último taller, se registraron avances muy satisfactorios en cada uno de los estudiantes, se observa que la mayoría se apropiaron de las estrategias propuestas por Polya logrando adquirir habilidad matemática para resolver situaciones problema del entorno cotidiano.

Como se observa en la gráfica, en el proceso de *análisis de la situación* el 33 % obtuvo un nivel superior, el 50 % un nivel alto y solo un 17 % trabajo con un nivel básico de desempeño. Analizando el proceso de *aplicación de estrategias*, el 33 % obtuvo un desempeño superior, el 50 % un desempeño alto y el 17 % un desempeño básico. En el proceso de *justificación*, el 33 % obtuvo un desempeño superior, el 50 % un desempeño alto y el 17 % un desempeño básico.

Al realizar la comparación de las diferentes gráficas, observamos grandes avances en los desempeños y habilidades matemáticas en los estudiantes para la resolución de situaciones problema cotidianos, la modelación de cada una de las situaciones les permitió a los estudiantes vivir experiencias innovadoras y reales, posibilitando el uso flexible de conocimientos y procesos requeridos para dicha solución. Las anteriores figuras, muestran los correspondientes resultados de los talleres aplicados, un avance secuencial en el desarrollo de competencias de resolución de problemas matemáticos en los estudiantes objeto de la investigación. La Tabla 2 sintetiza esta información y facilita la observación del desarrollo mencionado.

Tabla 2. Síntesis de resultados de los talleres

VARIABLE	Niveles de valoración			
	Superior	Alto	Básico	Bajo
TALLER 1				
Análisis del problema	0	0	67 %	33 %
Aplicación de estrategias	0	0	67 %	33 %
Justificación correcta de los resultados	0	0	33 %	67 %
TALLER 2				
Análisis del problema	0	33 %	50 %	17 %
Aplicación de estrategias	0	33 %	50 %	17 %
Justificación correcta de los resultados	0	33 %	33 %	33 %

VARIABLE	Niveles de valoración			
	Superior	Alto	Básico	Bajo
TALLER 3				
Análisis del problema	0	33 %	66 %	0
Aplicación de estrategias	0	66 %	33 %	0
Justificación correcta de los resultados	0	66 %	33 %	0
TALLER 4				
Análisis del problema	0	83 %	17 %	0
Aplicación de estrategias	17 %	66 %	17 %	0
Justificación correcta de los resultados	17 %	66 %	17 %	0
TALLER 5				
Análisis del problema	33 %	50%	17 %	0
Aplicación de estrategias	33 %	50 %	17 %	0
Justificación correcta de los resultados	33 %	50 %	17 %	0

Fuente: Elaboración propia.

La información de la tabla deja percibir como en el primer taller el rendimiento en las variables establecidas se focalizó en los niveles básico y bajo. En el segundo taller, se presentaron niveles de rendimiento alto y disminución en básico y bajo, es decir se produjo un leve avance en las competencias de resolución de problemas. Así mismo, los resultados del tercer taller evidencian incremento en rendimiento alto frente al segundo taller e igualmente en el nivel básico y disminución significativa en nivel bajo, donde no se ubicó ningún estudiante. Situación similar se observa en el cuarto taller que muestra estudiantes en nivel superior, no alcanzado antes por alguno de ellos, aumento del rendimiento en nivel alto, disminución en el básico y ningún estudiante en nivel bajo. Los resultados del quinto taller dejan ver el traslado de un porcentaje de estudiantes que estaban en nivel alto al superior, por ende, disminución en alto y

estabilidad en el bajo. Todo esto corrobora un avance representativo en las competencias de resolución de problemas en los sujetos del estudio. En otras palabras, se constata el alcance del objetivo general propuesto.

Conclusiones y reflexiones

Al hacer el análisis comparativo frente a la competencia de aplicación de estrategias para la resolución del problema, se observa que el nivel de rendimiento en competencias en este campo se va incrementando cada vez más hacia los niveles alto y superior, los porcentajes obtenidos demuestran la efectividad de la estrategia implementada en el aula. Los estudiantes se apropiaron de cada uno de los pasos propuestos por Polya (1989), seleccionaron y aplicaron conceptos y procesos apropiados (Leal y Bong, 2015) para resolver el problema de forma correcta.

Resulta así, de gran importancia el método propuesto por Polya en el desarrollo del razonamiento lógico-matemático en los estudiantes logrado a través de la implementación y desarrollo de diferentes actividades propuestas en los talleres con un enfoque lúdico, que generó en ellos motivación (Suarez, Carlin, Sánchez y Ruano, 2017) hacia el alcance del objetivo de aprendizaje. Se observa un avance significativo en el proceso de resolución de problemas matemáticos y de igual forma influyó positivamente en la motivación al aprendizaje de las matemáticas.

Durante la implementación de los talleres, se observó que los estudiantes se iban familiarizando con cada uno de los pasos y estrategias propuestas, relacionando métodos y procedimientos, (Prieto, 2018) paulatinamente fueron demostrando más interés y al aplicar la estrategia lograron explorar el razonamiento lógico en cada una de las situaciones, haciendo cada vez más fácil el trabajo en clase. Respecto al aprendizaje, los estudiantes demostraron apropiación de los pasos de la metodología de Polya (1989) guiados por los interrogantes que orientan el desarrollo del método que los conducen a identificar y comprender lo que se requería para su resolución y, de esta forma relacionar con eficacia los métodos, conceptos y procedimientos (Prieto, 2018) para lograr la solución del problema dado.

El estudio “Desarrollo del pensamiento lógico matemático para la resolución de problemas mediante estrategias lúdico-pedagógicas”, constituyó una experiencia muy significativa en el proceso de aprendizaje en los estudiantes. A través de la lúdica y la modelación de cada una de las situaciones problemas, se fortalecieron las competencias matemáticas y se desarrolló el pensamiento lógico para la resolución de problemas tanto matemáticos como una proyección hacia los de la vida real.

A través de la investigación realizada, se brindó una alternativa de solución a la problemática evidenciada en el aula. La implementación de los pasos de Pólya para la resolución de situaciones matemáticas mediadas por la lúdica generó importantes avances de desempeño en competencias lógico-matemática en cada uno de los estudiantes.

La lúdica es una estrategia muy importante en el proceso de enseñanza aprendizaje en el aula, la interacción y el contacto directo con los objetos del entorno, le permite al estudiante activar el cerebro para que se apropie de manera significativa de los conocimientos y procedimientos matemáticos necesarios para la resolución de problemas. La innovación, la motivación y la contextualización de cada una de las situaciones problemas a resolver, permitió adquirir nuevas habilidades cognitivas, comunicativas, de razonamiento lógico y sobre todo de trabajo cooperativo y colaborativo en el grupo.

Referencias

- Arias, F. G. (2012). *El Proyecto de Investigación. Introducción a la metodología científica*. Editorial Episteme. S. A.
- Arteaga, B. y Macías, J. (2016). *Didáctica de las Matemáticas*. Universidad Internacional de La Rioja-UNIR.
- Ausubel, D. (1976). *Significado y aprendizaje significativo. Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. Trillas.
- Brousseau, G. (2000). Educación y didáctica de las matemáticas. *Educación Matemática*. 12(1),5-38. <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol12/1/03Brousseau.pdf>
- Callejo, M. L. y Montero, E. (2019). Estrategias del pensamiento relacional para resolver problemas. Sociedad Canaria Isaac Newton. *Revista de didáctica de las matemáticas*. 100, 97-100. http://www.sinewton.org/numeros/numeros/100/Articulos_18.pdf
- Carmenates B, O.A. y Tarrío M, K. (2019). El pensamiento lógico, psicológico y social: su contribución a la resolución de problemas geométricos. *Revista Conrado*, 15(6), 362-369. Recuperado de <https://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado/article/view/1083>
- Colmenares E., A. M. (2011). La Investigación Acción. Una Herramienta Metodológica Heurística para la Comprensión y Transformación de Realidades y Prácticas Socio-Educativas. *Lauru*, 14, 96-114.
- Choez L, M. N. (2017) *La lúdica en el desarrollo personal y social en niños y niñas de educación inicial de la unidad educativa fiscal Cultura Machalilla*. [Tesis de Maestría, Universidad Central del Ecuador. Quito]. <http://www.dspace.uce.edu.ec/bitstream/25000/12585/1/T-UCE-0010-080-2017.pdf>

- Deloache, J. y Brown, A. (1990) *La temprana aparición de las habilidades de planificación en los niños. En la elaboración del sentido. La construcción del mundo por el niño*. Paidós.
- Fernández B, J. A. (2001) Aprender a hacer y conocer: el pensamiento lógico. [Ponencia]. Congreso Europeo: Aprender a ser, aprender a vivir juntos. Santiago de Compostela, diciembre 2001.
- Fernández P, M. P. (2013). Desarrollo del pensamiento lógico y matemático. el concepto de número y otros conceptos. *Pulso, Revista de Educación*, 36,207-221. <https://revistas.cardenalcisneros.es/index.php/PULSO/article/view/164>
- García F, J. (1994) Resolución de problemas: de Piaget a otros autores. *Revista de Filosofía*, 32(77),131-138. <http://www.inif.ucr.ac.cr/recursos/docs/Revista%20de%20Filosof%C3%ADa%20UCR/Vol.%20XXXII/No%2077/Resolucion%20de%20problemas%20.pdf>
- García, Y., y Rodríguez, A. M. (2012). Reversibilidad y anticipación en situaciones de convivencia escolar. Universidad de Manizales. *Plumilla Educativa*, 10(2), 203-222.
- Gardner, H. (2001.). *Estructuras de la Mente. La teoría de las Inteligencias Múltiples*. Fondo de Cultura Económica Ltda.
- Gómez N, M. (2012). *Didáctica de la Matemática basada en el diseño curricular de educación inicial*. [Trabajo de grado, Universidad de León. España].
- Hernández S, R.; Fernández C, C. y Baptista L, P. (2014). *Metodología de la investigación*. McGraw-Hill Education.
- Jaramillo N, L. M, y Puga P, L. (2016.). El pensamiento lógico-abstracto como sustento para potenciar los procesos cognitivos en la educación. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*,12, 31-55. <https://www.redalyc.org/jatsRepo/4418/441849209001/html/index.html>

- Leal H, S. y Bong A, S. (2015). La resolución de problemas matemáticos en el contexto de los proyectos de aprendizaje. *Revista de Investigación*, 3(849),71-93. http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1010-29142015000100004
- Moreno, J. (2002). *Aproximación teórica a la realidad del juego. Aprendizaje a través del juego*. Ediciones Aljibe.
- Murcia, M. E. y Henao, J. (2015). Educación Matemática en Colombia. Una Perspectiva Evolucionaria. Entre Ciencia e Ingeniería. *Scielo*, 9(18), 23-30. http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S1909-83672015000200004&script=sci_abstract&tlng=es
- Pachón, L. A. (2016). El Razonamiento como eje transversal en la construcción del Pensamiento Lógico. Praxis y Saber. *Revista de Investigación y Pedagogía. UPTC*, 7(14), 219-243. https://revistas.uptc.edu.co/index.php/praxis_saber/issue/view/430
- Piaget, J. (1991). *Seis estudios de Psicología*. Editorial Labor.
- Piaget, J. (1982). *Las Operaciones Intelectuales*. Cuba. Universidad de La Habana.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Serie de Matemáticas. Trillas.
- Prieto, M. J. (2018). Lógica matemática para la escuela primaria. *Revista Científica Multidisciplinaria Base de Conocimiento*, 5, 54-76.
- Robledo R. P. y García S, J. N. (2014) Contexto familiar del alumno con dificultades de aprendizaje, percepciones de padres e hijos. *Estudios sobre Educación*, 26, 149-173.
- Saiz, I. y Acuña, N. (s.f.) La didáctica de la matemática como disciplina científica. En Portal Educar, Ministerio de Educación, Presidencia de la Nación. Argentina.

Schoenfeld, A. (1985) *Resolución de problemas matemáticos*. Academic Press. Nueva York.

Suarez W, D. R.; Carlín Ch, E. L.; Sánchez L, M. N. y Ruano A, R. A. (2017). *Revista Científica Dominio de las ciencias*, 3(4),870-901. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6325528>

Zenteno R, F. A. (2017) Método de Resolución de Problemas y Rendimiento Académico en Lógica Matemática. *Universidad del Zulia, Maracaibo, Venezuela. Opción*, 33(84), 440-470. <https://www.redalyc.org/pdf/310/31054991016.pdf>